Osnove tehniške mehanike za gasilce

Gradivo za gasilce

Miha Mihovilovič

Izobraževalni center za zaščito in reševanje

Prva izdaja, Januar 2025

Vsebina

1. Uvod

1.1 Kaj je fizika?

Fizika je veda, ki preučuje naravo in pojave v njej - skupaj z drugimi naravoslovnimi vedami (kemijo, biologijo, geologijo, ...). Pri tem nas zanima predvsem, kako se telesa gibljejo, kako delujejo druga na drugo, kako so zgrajena in kako se deformirajo (spremenijo pod vplivi sil).

Fizika je empirična veda. Ne sloni na aksiomih (osnovnih nizih pravil) pač pa poskuša z opazovanji, eksperimenti, posksui razumeti naravne zakone, po katerih potekajo vsi procesi v naravi. Fizika poskuša naprej opisati določen naravni pojav, nato pa ga poskuša razumeti, razložiti z znanimi fizikalnimi zakoni, teorijami in modeli ter na koncu napovedati obnašanje pojava v prihodnosti oziroma druge mogoče izide pojava/poskusa. **Napovedna moč fizikalnih zakonov je ključna lastnost, zaradi katerih verjamemov naš trenutni opis sveta.** Za opisovanje pojavov se zanašamo na matematični jezik, za katerega smo ugotovili, da z njim najlažje opisujemo svet.

Fizika raziskuje naravni pojav, dokler je ta nepojasnen in ga ne razumemo. Ko pa ga enkrat razumemo in hkrati ugotovimo njegovo uporavnost za družbo, pa preučevanje pojava prevzamejo tekniške stroke kot sta elektrotehnika, strojništvo.

Fizika je danes zelo obširna veda. V grobem se deli deli na klasično in moderno fiziko, ki pa sta naprej razdeljeni na mnoga podpodročja. Tako se klasična fizika deli na:

- **Klasična mehanika**
- Elastomehanika
- Hidrostatika
- Hidrodinamika
- Nihanje in valovanje

- Akustika
- Optika
- Elektrika in magnetizem
- Toplota
- Gravitacija in kozmologija.

Podpodročja moderne fizike pa so:

- Teorija relativnosti
- Elektrodinamika
- Kvantna mehanika
- Kvantna teorija polj
- Fizika trdnih snovi
- Fizika mehkih snovi
- Atomska fizika
- Jedrska fizika
- Fizika osnovnih delcev
- Teorija kaosa.

Izmed vseh področij fizike klasična mehanika skupaj s hidrostatiko in hidrodinamiko predstavlja za gasilce ključna podpodročja fizike, saj na njihovih zakonitostih temeljijo konceptih vseh gasilskih (tehničnih) posredovanj.

1.2 Mehanika

Mehanika obravnava gibanje teles, sile, ki ta gibanja povzročijo, ter sestavo in ravnotežje sil. Mehanika se deli na tri veje:

- **Kinematika** - obravnava gibanje teles brez upoštevanja sil ki ta gibanja povzorčajo.
- **Statika** - obravnava toga telesa v mirovanju in ravnovesje sil, ki na ta telesa delujejo.
- **Dinamika** - obravnava sile kot vzrok za gibanje teles. Na podlagi poznavanja sil določa gibanje teles, hkrati pa na podlagi gibanja teles sklepa na sile, ki so takšna gibanja povzročila.

1.3 Fizikalne količine

Za opis fizikalnih pojavov uporabljamo fizikalne količine, ki predstavljajko ibrane značilnosti pojava. Za opis uporabimo toliko količin, kolikor je potrebno. Bolj kot je opis podroben, več količin potrebujemo.

Primer 1.3.1 Za opis gibanja avtomobila po ravni cesti potrebujemo vsaj naslednje količine: lego, hitrost, pospešek v odvisnosti od časa, lahko pa tudi sile, maso, temperaturo in gostoto zraka.

Fizikalni pojav razumemo, ko poznamo zveze med fizikalnimi količinami, ki se nanašajo na obravnavani pojav. Te zveze zapišemo z matematičnimi enačbami.

Primer 1.3.2 Časovna odvisnost lege avtomobila $s(t)$, ki se giblje s konstantno hitrostjo v, je enaka:

$$s(t) = v \cdot t$$

Nekatere fizikalne količine so temeljnega pomena, tem rečemo osnovne količine. Ostale količine so izpeljane iz osnovnih.

Vrednost fizikalne količine je produkt merskega števila in pa merske enote.

Primer 1.3.3 Dolžina tekaške steze je:

$$d = 100\,\mathrm{m}\,.$$

Pri tem d označuje fizikalno količino, 100 je mersko število, m pa merska enota.

Mersko število podaja število merskih enot, velikosti merskih enot pa so dogovorjene. Skladno z zakonom o meroslovju (*ZMer-1, Ur.l. št. 26/05*) in Odredbo o merskih enotah (*Ur.l. št. 80/19*) se smejo v Republiki Sloveniji za izražanje merskih rezultatov oziroma vrednosti fizikalnih količin uporabljati le enote mednarodnega sistema enot SI s pripadajočimi predponami.

1.3.1 Mednarodni sistem enot

Mednarodni sistem enot sestavljajo osnovne merske enote, ki so enote osnovnih fizikalnih količin in so temeljnega pomena, ter izpeljane merske enote, ki so enote izpeljanih ali sestavkljenih količin in jih je mogoče izpeljati iz osnovnih fizikalnih zakonov ter zapisati z osnovnimi fizikalnimi enotami. Osnovne enote SI so zbrane v Tabeli 1.1, primeri izpeljanih enot pa so prikazani v Tabeli 1.2

Enota za čas

Sekunda, simbol s, je enota SI za čas. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost frekvence cezija $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$, tj. frekvence prehoda med dvema hiperfinima nivojema osnovnega stanja atoma cezija 133, ki je 9 192 631 770, izražena v enoti Hz, kar je enako s^{-1}.

Enota za dolžino

Meter, simbol m, je enota SI za dolžino. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost hitrosti svetlobe v vakuumu c, ki je 299 792 458, izražena v enoti m/s, pri čemer je sekunda opredeljena z $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$.

Veličina	Ime enote	Simbol
čas	sekunda	s
dolžina	meter	m
masa	kilogram	kg
električni tok	amper	A
termodinamična temperatura	kelvin	K
množina snovi	mol	mol
svetilnost	kandela	cd

Table 1.1: Tabela osnovnih fizikalnih veličin, enot in simbolov

Veličina	**Ime**	**Simbol**	**Izraženo z osnovnimi enotami SI**
ravninski kot	radian	rad	$m \cdot m^{-1}$
prostorninski kot	steradian	sr	$m^2 \cdot m^{-2}$
frekvenca	hertz	Hz	s^{-1}
sila	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
tlak, napetost	pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
energija, delo, toplota	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
moč	watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
električni naboj	coulomb	C	$s \cdot A$
napetost	volt	V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
električni upor	ohm	Ω	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$

Table 1.2: Tabela izpeljanih SI enot in njihovih izrazov z osnovnimi enotami SI

Enota za maso

Kilogram, simbol *kg*, je enota SI za maso. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost Planckove konstante h, ki je $6{,}626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$, izražena v enoti J s, kar je enako kg m^2 s^{-1}, pri čemer sta meter in sekunda opredeljena s c in $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$. **Kilogram snovi ustreza masi** $1\,\mathrm{L}$ **vode pri temperaturi** $T = 4°\mathrm{C}$**.**

Enota za električni tok

Amper, simbol *A*, je enota SI za električni tok. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost osnovnega naboja e, ki je $1{,}602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$, izražena v enoti C, kar je enako A s, pri čemer je sekunda opredeljena z $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$.

Enota za termodinamično temperaturo

Kelvin, simbol *K*, je enota SI za termodinamično temperaturo. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost Boltzmannove konstante k, ki je $1{,}380\ 649 \times 10^{-23}$, izražena v enoti J K^{-1}, kar je enako kg m^2 s^{-2} K^{-1}, pri čemer so kilogram, meter in sekunda opredeljeni s h, c in $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$.

Enota za množino snovi

Mol, simbol *mol*, je enota SI za množino snovi. En mol vsebuje natanko $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ osnovnih delcev. Ta številka je nespremenljiva številčna vrednost Avogadrove konstante N_A, izražena v enoti mol^{-1} in imenovana Avogadrovo število. Množina snovi, simbol n, sistema je meritev števila določenih osnovnih delcev. Osnovni delec je lahko atom, molekula, ion, elektron, kakršen koli drug delec ali določena skupina delcev.

Enota za svetilnost

Kandela, simbol *cd*, je enota SI za svetilnost v določeni smeri. Opredeljena je kot nespremenljiva številčna vrednost svetilne učinkovitosti monokromatskega sevanja s frekvenco 540×10^{12} Hz, K_{cd}, ki je 683, izražena v enoti lm W^{-1}, kar je enako cd sr W^{-1} ali cd sr kg^{-1} m^{-2} s^{3}, pri čemer so kilogram, meter in sekunda opredeljeni s h, c in $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$.

1.3.2 Decimalne merske enote

Decimalne merske enote so enote z množilnimi ali delilnimi predponami, ki so dodane osnovnim ali izpeljanim merskim enotam. Predpone, njihove oznake in številčne vsrednosti so:

eksa	E	10^{18}	1000000000000000000
peta	P	10^{15}	1000000000000000
tera	T	10^{12}	1000000000000
giga	G	10^{9}	1000000000
mega	M	10^{6}	1000000
kilo	k	10^{3}	1000
hekto	h	10^{2}	100
deka	da	10^{1}	10
deci	d	10^{-1}	0.1
centi	c	10^{-2}	0.01
mili	m	10^{-3}	0.001
mikro	μ	10^{-6}	0.000001
nano	n	10^{-9}	0.000000001
piko	p	10^{-12}	0.000000000001
femto	f	10^{-15}	0.000000000000001
ato	a	10^{-18}	0.000000000000000001

Imena in simboli desetiških mnogokratnikov za enoto mase se tvorijo z dodajanjem predpon k besedi »gram« in pripadajočih simbolov k simbolu “g”.

1.3.3 Enote za merjenje časa

Med enotami za merjenje časa pretvarjamo na naslednji način:

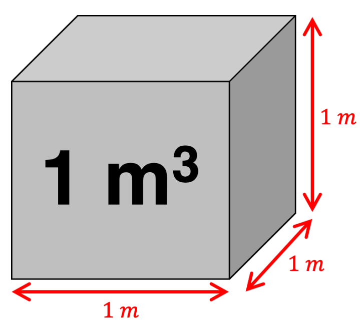
- $1\,\mathrm{s}$ (sekunda) $= \frac{1}{60}\,\mathrm{min} = \frac{1}{3600}\,\mathrm{h}$
- $1\,\mathrm{min}$ (minuta) $= 60\,\mathrm{s} = \frac{1}{60}\,\mathrm{h} = 0.2\,\mathrm{h}$
- $1\,\mathrm{ms}$ (milisekunda) $= \frac{1}{1000}\,\mathrm{s} = 0.001\,\mathrm{s} = 10^{-3}\,\mathrm{s}$
- $1\,\mathrm{h}$ (ura) $= 3600\,\mathrm{s} = 60\,\mathrm{min}$
- $1\,\mathrm{d}$ (dan) $= 24\,\mathrm{h} = 1440\,\mathrm{min} = 86400\,\mathrm{s}$
- $1\,\mathrm{a}$ (leto) $= 365\,\mathrm{dni} = 8760\,\mathrm{h} = 31.5\,\mathrm{Ms}$

1.3.4 Enote za merjenje mase

Med enotami za merjenje mase pretvarjamo na naslednji način:

- $1\,\mathrm{kg} = 1000\,\mathrm{g} = 10^3\,\mathrm{g} = 100\,\mathrm{dag}$
- $1\,\mathrm{g} = 0.001\,\mathrm{kg} = 10^{-3}\,\mathrm{kg}$
- $1\,\mathrm{dag} = 0.01\,\mathrm{g} = 10\,\mathrm{g}$
- $1\,\mathrm{mg}$ (miligram) $= 0.001\,\mathrm{g} = 10^{-6}\,\mathrm{kg}$
- $1\,\mathrm{t}$ (tona) $= 1000\,\mathrm{kg} = 10^6\,\mathrm{g} = 10^5\,\mathrm{dag}$

1.3.5 Enote za merjenje prostornine



Prostornina $1\,\mathrm{m}^3$ ustreza volumnu kocke s stranico $1\,\mathrm{m}$. To približno ustreza prostornini enega IBS kontejnerja. Med enotami za merjenje prostornine (volumna) pretvarjamo na naslednji način:

- $1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{L} = 10000\,\mathrm{dL}$
- $1\,\mathrm{L} = 10\,\mathrm{dL} = 1000\,\mathrm{mL} = 0.001\,\mathrm{m}^3$
- $1\,\mathrm{dL} = 0.1\,\mathrm{L} = 100\,\mathrm{mL} = 10^{-4}\,\mathrm{m}^3$
- $1\,\mathrm{cL} = 0.01\,\mathrm{L} = 10\,\mathrm{mL} = 10^{-5}\,\mathrm{m}^3$
- $1\,\mathrm{mL} = 0.001\,\mathrm{L} = 0.1\,\mathrm{cL} = 0.01\,\mathrm{dL} = 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$

Zgled 1.1 Enoto za silo, Netwon (N), izrazi z osnovnimi SI enotami.

Da bi našli ustrezno zvezo med enotami, si pomagajmo z II. Newtonovim zakonom, fizikalnim zakonom, ki povezuje relevantne količine. Velja:

$$F = m\,a\,.$$

Upoštevajmo še, da pospešek pove, za koliko se spremeni hitrost na časovno enoto, kar nam potem da:

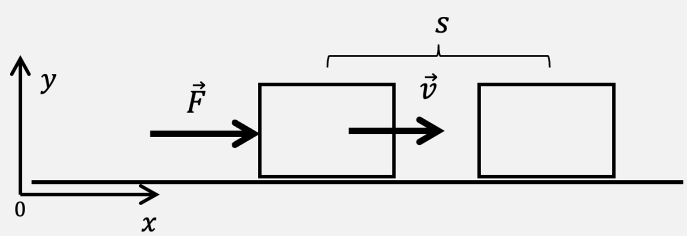
$$F = m\,\frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Enota za silo $[F]$ potem lahko izrazimo kot:

$$[F] = [m]\,\frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \mathrm{kg}\frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}\,.$$

■

Zgled 1.2 Watt, izpeljano enoto za moč izrazi z osnovnimi SI enotami.



Spomnimo se, da če bomo paleto potiskali po tleh in jo prestavili za razdaljo s, potem bomo opravili delo. Kako hitro bomo to delo opravili določa moč, ki podaja našo zmožnost opravljanja dela oziroma pove, koliko dela lahko opravimo na enoto časa. Velja torej:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F\ \Delta s}{\Delta t} = F\ v\,,$$

kjer smo upoštevali, da je lahko delo zapišemo kot $A = F\ s$ in je hitrost enaka $v = \Delta s/\Delta t$. Od tod lahko enoto za moč $[P]$ izračunamo kot:

$$[P] = [F]\ [v] = \mathrm{N}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg\ m}^2}{\mathrm{s}^3}\,.$$

■

Zgled 1.3 Elektromotor z močjo $P = 2\,\mathrm{kW} = 2000\,\mathrm{W}$ deluje $t = 8\,\mathrm{h}$. Koliko dela A bo opravil oziroma koliko električne energije Q bo popravil v tem času.

Ker že vemo, da nam moč pove, koliko dela opravimo na enoto časa, lahko takoj zapišemo:

$$Q = A = P\,t = 2000\,\mathrm{W}\ 8\,\mathrm{h} = 16000\,\mathrm{Wh} = 16\,\mathrm{kWh}\,.$$

Če še upoštevamo, da $1\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$ in upoštevamo, da je $1\,\mathrm{J}\ (\mathrm{Joule}) = 1\,\mathrm{W}$ s, lahko izračunamo, da je stroj porabil:

$$Q = 16\ 3600\,\mathrm{kWs} = 57.6\,\mathrm{MJ}\,.$$

Iz dane naloge smo se naučili, da je $1\,\mathrm{kWh} = 3.6\,\mathrm{MJ}$. ■

Zgled 1.4 Koliko centilitrov vode je v polnem sodu s prostornino $50\,\mathrm{L}$?

Nalogo rešimo tako, da volumen soda, V, najprej pomnožimo in delimo z 0.01, nato pa upoštevamo dejstvo, da je $1\,\mathrm{cL} = 0.01\,\mathrm{L}$:

$$V = 50\,\mathrm{L} = 50\frac{0.01}{0.01}\,\mathrm{L} = 50\frac{1}{0.01}\,\mathrm{cL} = 5000\,\mathrm{cL}\,.$$

■

Zgled 1.5 Na delikatesi nam prodajo $25\,\mathrm{dag}$ sira. Koliko kg sira smo kupili?

Nalogo rešimo z upoštevanjem, da je $1\,\mathrm{dag} = 10\,\mathrm{g}$ in da je $1\,\mathrm{g} = 0.001\,\mathrm{kg}$:

$$m = 25\,\mathrm{dag} = 25\cdot 10\,\mathrm{g} = 250\,\mathrm{g} = 250\cdot 0.001\mathrm{kg} = 0.25\,\mathrm{kg}\,.$$

■

Zgled 1.6 Metek, ki ga izstrelimo iz zračne puške, leti s hitrostjo $150\,\mathrm{m/s}$. Koliko $\mathrm{km/h}$ je to?

Pretvoriti enoto hitrosti iz $\mathrm{m/s}$ v $\mathrm{km/h}$ pomeni pretvoriti enoto za dolžino iz *m* v *km* in enoto za čas iz *s* v *h*. Upoštevajmo, da je $1\,\mathrm{m} = \frac{1}{1000}\,\mathrm{km}$ ter da je $1\,\mathrm{s} = \frac{1}{3600}\,\mathrm{h}$. Potem lahko zapišemo:

$$v = 150\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 150\cdot\frac{\frac{1}{1000}\mathrm{km}}{\frac{1}{3600}\mathrm{h}} = 150\cdot\frac{3600\mathrm{km}}{1000\mathrm{h}} = 150\cdot 3.6\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 540\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

Od tod se naučimo, da če želimo pretvoriti hitrost, ki je podana v $\mathrm{m/s}$ v $\mathrm{km/h}$, moramo vrednost pomnožiti s faktorjem 3.6. Če želimo pretvoriti hitrost, ki je podana v $\mathrm{km/h}$ v $\mathrm{m/s}$, pa moramo vrednost hitrosti deliti s faktorjem 3.6. ■

1.3.6 Enote za merjenje hitrosti

Med enotami za merjenje hitrosti pretvarjamo na naslednji način:

- $1\,\mathrm{m/s} = 3.6\,\mathrm{km/h}$
- $1\,\mathrm{km/h} = 0.28\,\mathrm{m/s}$
- $3.6\,\mathrm{km/h} = 1\,\mathrm{m/s}$
- $100\,\mathrm{km/h} = 27.8\,\mathrm{m/s}$
- $100\,\mathrm{m/s} = 360\,\mathrm{km/h}$

1.3.7 Enote za merjenje volumskega retoka

Med enotami za merjenje pretoka pretvarjamo na naslednji način:

- $1\,\mathrm{m^3/s} = 1000\,\mathrm{L/s} = 3600\,\mathrm{m^3/h} = 3.6\cdot 10^6\,\mathrm{L/h} = 60\,\mathrm{m^3/min} = 60000\,\mathrm{L/min}$
- $1\,\mathrm{m^3/h} = \frac{1}{3600}\,\mathrm{m^3/s} = \frac{10}{36}\,\mathrm{L/s} = 0.28\,\mathrm{L/s}$
- $1\,\mathrm{L/s} = 3600\,\mathrm{L/h} = 3.600\,\mathrm{m^3/h} = 0.001\,\mathrm{m^3/s} = 60\,\mathrm{L/min}$
- $1\,\mathrm{L/h} = \frac{1}{3600}\,\mathrm{L/s} = \frac{1}{60}\,\mathrm{L/min}$

Zgled 1.7 Pretok vode skozi hidrant je $\Phi_1 = 10\,\mathrm{L/s}$, pretok vode skozi gasilsko črpalko pa $\Phi_2 = 2500\,\mathrm{L/min}$. Kateri pretok je večji?

Da bi lahko pretoka med seboj primerjali, ju moramo pretvoriti, da bosta podana z istimi enotami. Če pretvorimo enoto pretoka hidranta v $\mathrm{L/min}$, dobimo:

$$\Phi_1 = 10\,\mathrm{L/s} = 600\,\mathrm{L/min}\,,$$

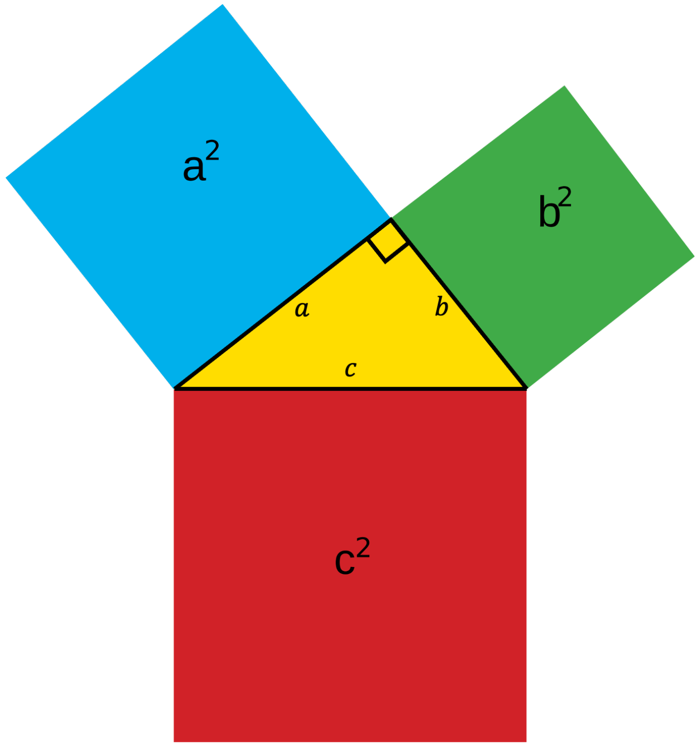
kar pomeni, da je pretok skozi črpalko približno $4.2x$ večji, kot pretok skozi hidrant. ■

1.4 Pitagorov izrek

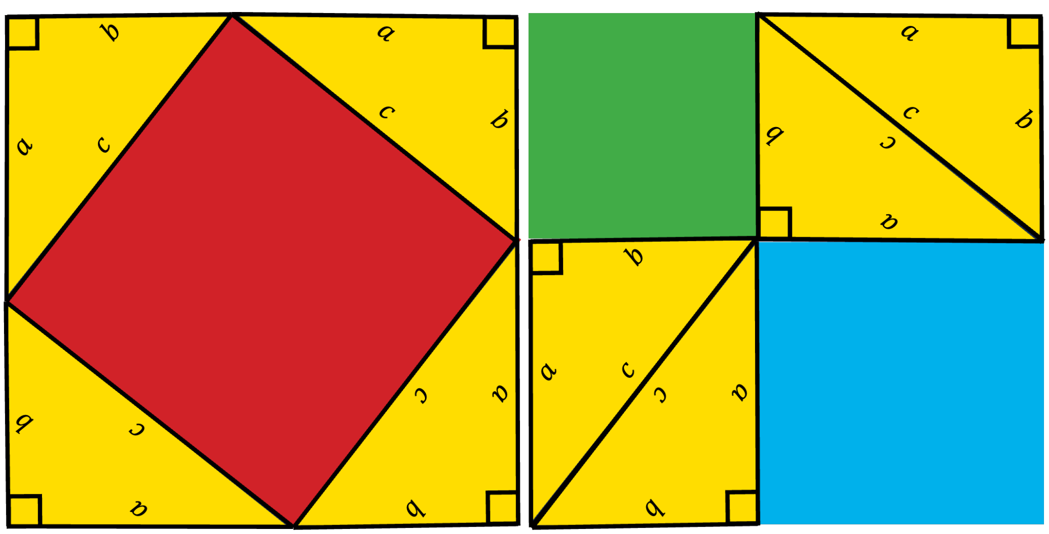
Za pravokotni trikotnik s katetama (krajšima stranicama) a in b ter hipotenuzo (najdaljšo stranico) c velja, da je vsota površina kvadratov katetenaka površini kvadrata nad hipotenuzo. Pravilo, ki ga z enačbo zapišemo kot:

$$a^2 + b^2 = c^2\,,$$

je grafično prikazano tudi na spodnji sliki:



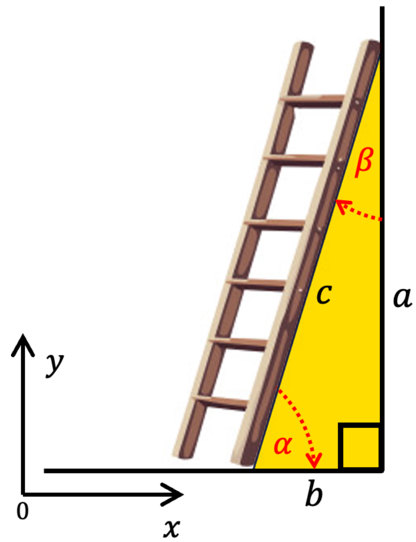
Pitagorov izrek grafično dokažemo tako, da iz rdečega kvadrata s ploščino c^2 in štirih pravokotnih trikotnikov sestavimo kvadrat, ki ima ploščino $(a+b)^2$, kot prikazuje spodnja slika. Kvadrat z enako ploščino lahko sestavimo tudi iz štirih pravokotnih trikotnikov ter modrega in zelenega kvadrata s ploščinama a^2 in b^2.



Ker so ploščine pravokotnih trikotnikov v obeh primerih enake, mora biti ploščina rdečega kvadrata enaka vsoti ploščin zelenega in modrega oziroma $c^2 = a^2 + b^2$.

1.5 Določevanje kotov in kotne funkcije

Zamislimo si, da na steno hiše prislonimo lestev. Zanima nas, pod kakšnim kotom stoji lestev. če vemo, za koliko je spodnji konec lestve odmaknjen od zidu ter kako visoko seže lestev?



Pod lestvijo prepozamo pravokotni trikotnik, pri čemer hipotenuza ustreza dolžini lestve. To je pomembna ugotovitev, saj imamo jasna matematična pravila za računanje kotov α in β v pravokotnih trikotnikih. Te izračunamo z uporabo trigonometričnih funkcij. Kotne funkcije so funkcije kotov in podajajo razmerja stranic pravokotnega trikotnika. Poznamo tri osnovne kotne funkcije:

- Funkcija **kosinus** podaja razmerja med kateto, ki je priležna kotu in hipotenuzo:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad \cos\beta = \frac{a}{c}$$

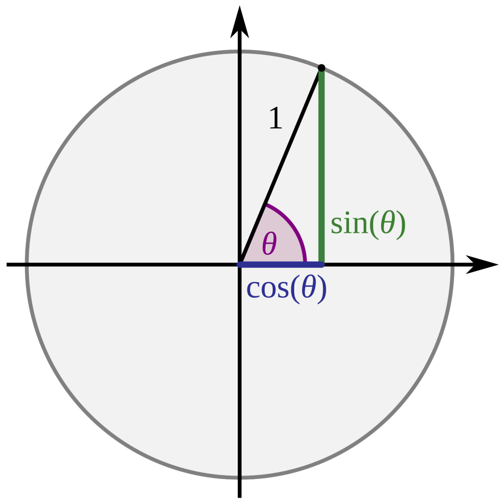
- Funkcija **sinus** podaja razmerja med kateto, ki je nasprotiležna kotu in hipotenuzo:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \sin\beta = \frac{b}{c}$$

- Funkcija **tangens** podaja razmerja med kateto, ki je nasprotiležna kotu ter priležno kateto:

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} \qquad \tan\beta = \frac{b}{a}$$

Vrednosti kotnih funkcij pri različnih kotih izračunamo s pomočjo pravokotnega trikotnika, ki ga vrišemo enotskemu krogu. Z analizo dolžine stranic ugotovimo naslednje:



Kot (°)	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$	$\tan(\theta)$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	Undefined

Table 1.3: Vrednosti kotnih funkcij za najbolj pogoste kote.

- Če je $\alpha = 0$, potem je $a = 0$ in $b = 1$. Ker v enotskem krogu vedno velja, da je $c = 1$, ugotovimo:
$$\cos 0^\circ = 1\,, \qquad \sin 0^\circ = 0\,, \qquad \tan 0^\circ = 0\,.$$
- Če je $\alpha = 90^\circ$, potem je $a = 1$ in $b = 0$. Ker v enotskem krogu vedno velja, da je $c = 1$, ugotovimo:
$$\cos 90^\circ = 0\,, \qquad \sin 90^\circ = 1\,, \qquad \tan 90^\circ = \infty\,.$$
- Če je $\alpha = 45^\circ$, potem je tudi $\beta = 45^\circ$, saj mora biti vsota kotov 180°. Tak trikotnik je enakokrak, zaradi česar sta a in b enako dolga. Po Pitagorovem izreku izračunamo:
$$a^2 + b^2 = 2a^2 = c^2 = 1\,,$$
od koder dobimo $a = 1/\sqrt{2} = 0.707$. To nam na koncu da:
$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\,, \qquad \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\,, \qquad \tan 45^\circ = 1\,.$$

Vrednosti kotnih funkcij za najbolj pogoste kote so navedene v Tabeli 1.3. Vrednosti za poljubne kote pa izračunamo s kalkulatorjem.

1.5.1 Krožne funkcije

Kotnim funkcijam ostrega kota ($|\alpha| \leq 90°$) pripadajo inverzne funkcije, s katerimi iz razmerij stranic pravokotnega trikotnika izracunamo vrednosti kotov:

- $\alpha = \arcsin \frac{a}{c}$, $\quad \alpha = \arccos \frac{b}{c}$, $\quad \alpha = \arctan \frac{a}{b}$
- $\beta = \arcsin \frac{b}{c}$, $\quad \beta = \arccos \frac{a}{c}$, $\quad \beta = \arctan \frac{b}{a}$

Krožne funkcije so na kalkulatorjih označene drugače. Funcija arcsin je označena kot $\sin^{-1}$, arccos je označena kot $\cos^{-1}$, arctan pa kot $\tan^{-1}$. Pri računanju s kotnimi funkcijami pazi, da imaš izbrano pravilno enoto za kote (npr. "deg" za kotne stopinje).

Zgled 1.8 Na steno hiše imamo prislonjeno 8 m dolgo lestev. Pod kakšnim kotom stoji lestev, če je njen spodnji konec za 2 m odmaknjen od zidu? Do katere višine seže lestev?

Ker imamo podano dolžino lestve (hipotenuzo) in pa odmik od stene (priležno kateto), za izračun kota uporabimo krožno funkcijo *arccos*:

$$\alpha = arccos \frac{2\,\text{m}}{8\,\text{m}} = 75.5° \,.$$

Višino, do katere seže lestev pa izračunamo z uporabo kotne funkcije *sin*, ki podaja razmerje med hipotenuzo in kateto, ki je nasprotiležna kotu:

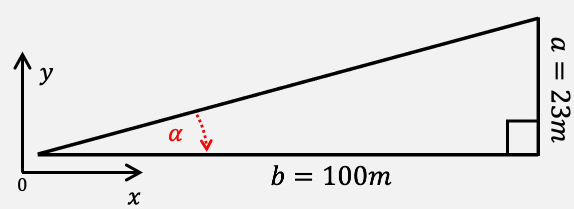
$$a = 8\,\text{m} \ \sin 75.5° = 7.7\,\text{m} \,.$$

Višino bi lahko izračunali tudi z uporabo Pitagorovega izreka:

$$a = \sqrt{(8\,\text{m})^2 + (2\,\text{m})^2} = 7.7\,\text{m} \,.$$

■

Zgled 1.9 Cestni znak za nevaren vzpon nam pove, za koliko odstotkov se bomo povzpeli na naslednjem cestnem odseku dane dolžine. Določi naklon 100 m dolgega klanca, ki ga označuje znak za nevaren 23 % vzpon.



Na $b = 100\,\mathrm{m}$ dolgem odseku smo se vzpeli za:

$$a = \frac{23}{100}\, b = \frac{23}{100}\, 100\,\mathrm{m} = 23\,\mathrm{m}\,.$$

Naklon klanca izračunamo s krožno funkcijo arctan, ki povezuje obe kateti:

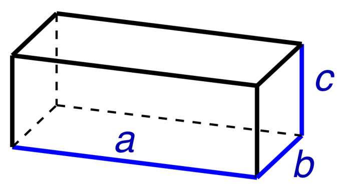
$$\alpha = \arctan \frac{23\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{m}} = 12.9^\circ$$

■

1.6 Prostornina telesa

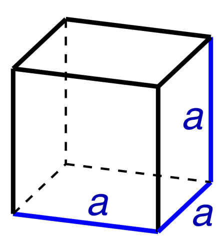
Prostornina telesa je prostor, ki ga telo zavzema. Prostornine osnovnih geometrijskih teles so:

- Kvader:



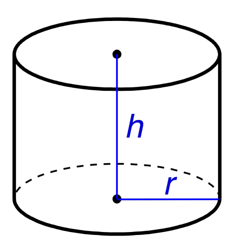
$$V = a\,b\,c$$

- Kocka:



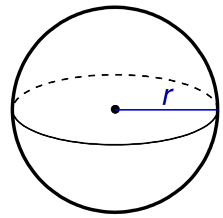
$$V = a\,a\,a = a^3$$

- Valj:



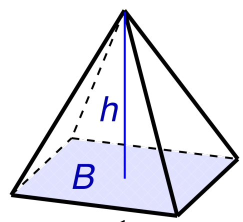
$$V = \pi\, r^2\, h$$

- Krogla:



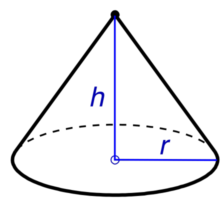
$$V = \frac{4}{3}\pi\, r^2$$

- Piramida:



$$V = \frac{1}{3}a\, b\, h$$

- Stožec:



$$V = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, h$$

Zgled 1.10 Izračunaj prostornino vode v napolnjenem olimpijskem bazenu z merami $50\,\mathrm{m} \times 25\,\mathrm{m} \times 2.2\,\mathrm{m}$!

Ob upoštevanju dejstva, da ima bazen obliko kvadra, lahko prostornino izračunamo kot:

$$V = a\, b\, c = 50\,\mathrm{m} \cdot 25\,\mathrm{m} \cdot 2.2\,\mathrm{m} = 2750\,\mathrm{m}^3\,.$$

■

Zgled 1.11 Tlačni vod med motorno brizgalno in trojakom je sestavljen iz treh B-cevi s premerom $d = 75\,\mathrm{mm}$ in dolžino $20\,\mathrm{m}$. Izračunaj volumen vode v ceveh.

Če upoštevamo, da so cevi valjaste oblike, volumen vode v ceveh izračunamo kot:

$$V = 3\,\pi\, r^2\, l = 3\,\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 l = \frac{3}{4}\pi\, d^2\, l = \frac{3}{4}\pi\,(0.075)^2\, 20\,\mathrm{m}^3 = 0.27\,\mathrm{m}^3 = 270\,\mathrm{L}\,.$$

1.7 Masa

Masa je osnovna fizikalna lastnost teles in je merilo za količino snovi v telesu. **Masa telesa se kaže v njegovi vztrajnosti proti spremembam v gibanju**. To pomeni, da moramo za dosego spremembe hitrosti telesa z veliko maso vložiti več naporov, kot za telo z majhno maso.

Primer 1.7.1 Gasilsko vozilo s cisterno, ki je polna vode, se bo težje (počasneje) ustavilo, kot prazno.

Velikost mase telesa se kaže tudi v jakosti privleka h drugim telesom z maso. Da je efekt merljiv, mora imeti eno telo zelo veliko maso, zato navadno opazujemo privlak med predmeti, ki nas zanimajo in Zemljo. Privlak med telesom z maso in Zemljo imenujemo **težnost**. Ta efekt je osnova za delovanje tehtnic.

V praksi maso teles določamo s primerjavo s telesi z znano maso, t..j., s tehtanjem z utežmi.

1.8 Gostota

Vemo, da je masa dveh kubičnih metrov železa večja od mase enega kubičnega metra železa. A vemo tudi, da je masa enega kubičnega metra vode manjša od mase kubičnega metra železa. Od tod ugotovimo, da je masa telesa odvisna tako od njegove prostornine, kot tudi od vrste snovi. Razmerje med maso in prostornino telesa imenujemo gostota je lastnost snovi iz katere je telo narejeno:

$$\rho = \frac{m}{V}\,.$$

Za merjenje gostote uporabljamo različne merske enote $[\rho] = 1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{L}}$, $1\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Vrednosti gostot za najbolj pogoste snovi so navedene v Tabeli 1.4. Več vrednosti gostot za čiste elemente, zlitine, nekovinske trdne snovi, kapljevine in gradiva pa lahko najdeš v Krautovem strojniškem priročniku.

Zgled 1.12 Na vozu prevažamo hrastov hlod dolžine $l = 10\,\mathrm{m}$ in s povprečnim premerom $d = 50\,\mathrm{cm}$. Izračunaj njegovo maso, če je gostota hrastovega lesa $\rho = 850\,\mathrm{kg/m^3}$!

Najprej izračunajmo prostornino hloda, ki ima približno obliko valja:

$$V = \frac{\pi\, d^2\, l}{4} = \frac{\pi}{4}\, 0.5^2\ 10\,\mathrm{m}^3 = 1.96\,\mathrm{m}^3\,.$$

Masa hloda pa je potem:

$$m = \rho\, V = 850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\,1.96\,\text{m}^3 = 1670\,\text{kg}\,.$$

Snov	**Gostota (kg/m^3)**
Voda (pri 4°C)	1000
Zrak (pri 20°C in 1 atm)	1.204
Led (pri 0°C)	917
Aluminij	2700
Železo	7874
Zlato	19300
Živo srebro	13546
Les (povprečje)	600 – 700
Nafta (surova)	800 – 900
Etanol	789
Baker	8960
Srebro	10490
Platina	21400
Svinec	11340
Steklo (povprečje)	2500 – 2800
Beton	2300 – 2500
Pesek	1600 – 1800
Granit	2700
Vodik (plin pri STP)	0.0899
Helij (plin pri STP)	0.1786

Table 1.4: Gostote 20 najpogostejših snovi

2. Statika in dinamika

2.1 Sile

Če na telo deluje drugo telo in s svojim učinkom spreminja njegovo gibanje, obliko ali oboje hkrati, pravimo, da drugo telo na prvo deluje s silo.

Primeri delovanja sil so:

- človek z rokami potiska avtomobil po cesti. Posledica delovanja človeka je, da se avtomobil začne premikati.
- izlek avtomobila vdrtega v blato z gasilskim vitlom pritrjenim na GVC-1
- dvigovanje bremena s hidravličnim dvigalom.

Sil ne znamo neposredno meriti. Prepoznamo jih le po njihovih učinkih. Npr.: učinek jeklenice in sil v njej med vleko avtomobila opazimo šele, ko se avto premakne. S tem v povezavi ločimo dve vrsti učinkov sil:

1. **Sile kot vzrok sprememb gibanja:**
    - zaviranje hitrega vozila
    - pospeševanje mirujočega vozila
    - vzlet letala
    - kotaljenje teles
2. **Sile kot vzrok deformacij:**
    - deformacija stisnjene žoge
    - upogib elastične palice

- raztegnjena/stisnjena vzmet.

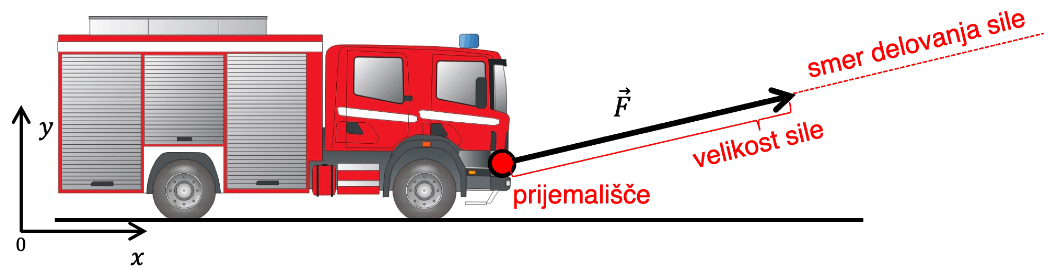
Sile ločimo tudi glede na način delovanja. Kontaktne sile delujejo, če se telesi dotikata. Primera takšnih sil sta trenje in upor. Brezkontaktne sile, pa so sile, ki delujejo na daljavo. Takšne so gravitacijska, elektrostatska in magnetna sila.

2.2 Sila kot vektor

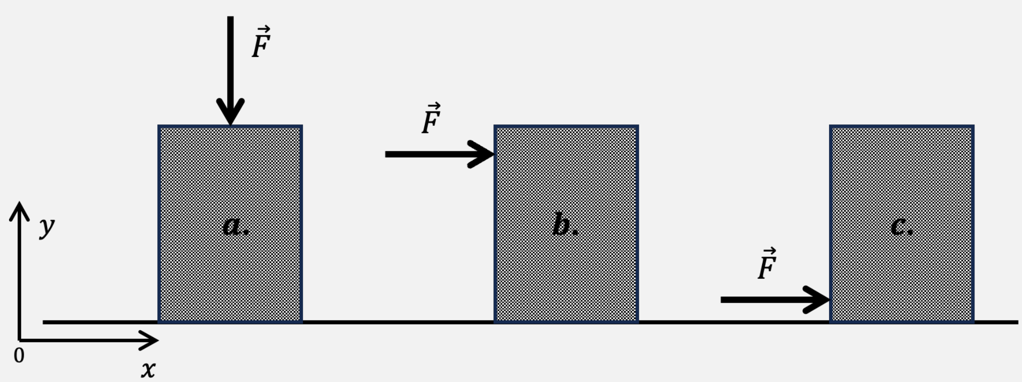
Ker sile prepoznamo le po njihovih učinkih, za enoličen prikaz delujoče sile ni dovolj navesti le njene stevilčne vrednosti, saj imajo enako velike sile lahko na telo zelo različne učinke. **Poleg velikosti moramo navesti tudi točko delovanja oziroma prijemališče, ter smer delovanja sile. Takšnim količinam pravimo vektorji.** Vektor sile označujemo s puščico nad črko, ki označuje silo, $\vec{F}$, velikost sile pa kot $|\vec{F}| = F$. Merska enota za silo je "Newton" (N), ki ga z osnovnimi merskimi enotami izrazimo kot $[F] = N = \frac{kg\ m}{s^2}$.

Poleg sile so vektorji tudi lega telesa, njegova hitrost, pospešek, električno in magnetno polje.

Sile ponazarjamo grafično puščicami. Dolžina puščice v izbranem merilu in koordinatnem sistemu ponazarja velikost sile, izhodišče vektorja pznačuje točko delovanja sile, smer puščice pa označuje smer delovanja sile.



Zgled 2.1 Na ravni podlagi stoji zabojnik. Nanj delujemo z enako veliko silo enkrat z vrha (a.), enkrat s strani na zgornjem robu (b.), enkrat pa s strani na spodnjem robu (c.). Opiši, kako dane sile vplivajo na zabojnik!



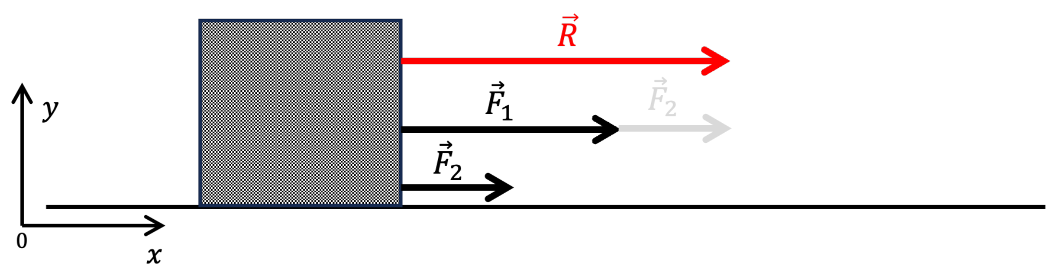
V primeru a. se zabojnik ne premakne. V primeru b. se zabojnik prevrne, v primeru c. pa zabojnik zdrsi v desno. Skozi dani zgled postane jasno, da za podajanje sile in njenih učinkov ni dovolj podati le njeno velikost, pač pa tudi njeno prijemališče in smer delovanja. ■

2.3 Rezultanta sil

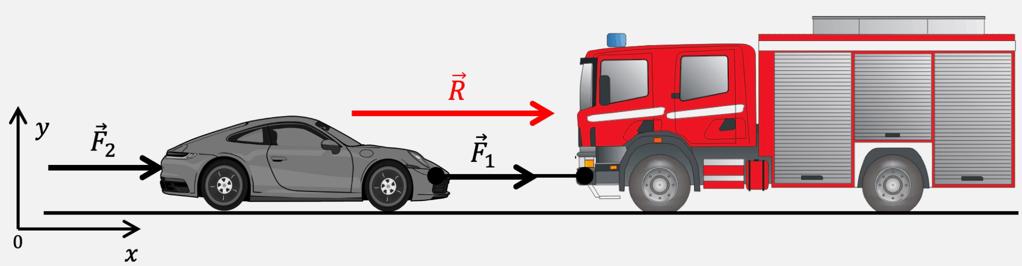
na telo lahko deluje ve; sil hkrati. Sile seštevamo vektorsko, njihov seštevek pa imenujemo rezultanta sil. **Rezultanta sil nadomesti delovanje vseh ostalih sil na telo.**

Seštevanje sil, ki delujejo v isti smeri

Dve ali več sil, ki delujejo v isti smeri se med seboj krepijo. Velikost rezultante sil je enaka vsoti velikosti posameznih sil.



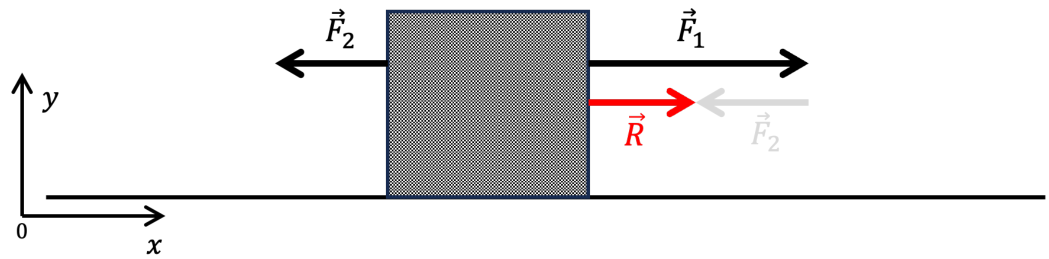
Zgled 2.2 Avtomobil sredaj vlečemo s silo 1000 N, od zadaj pa ga potiskamo še s silo 500 N. Izračunaj skupno silo (rezultanto) s katero delujemo na avtomobil.



Ker sili delujeta v isti smeri, lahko velikost rezultante izračunamo kot: $R = F_1 + F_2 = 1000\,\mathrm{N} + 500\,\mathrm{N} = 1500\,\mathrm{N}$. ■

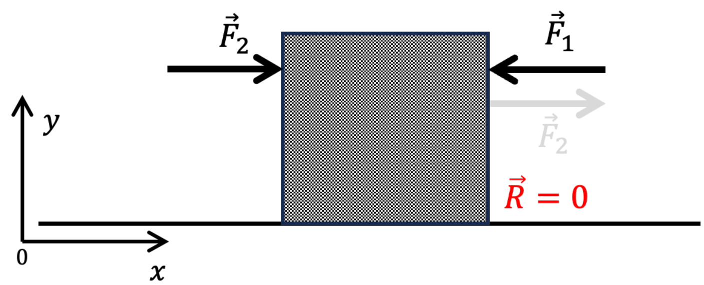
Seštevanje sil, ki delujeta v nasprotni smeri

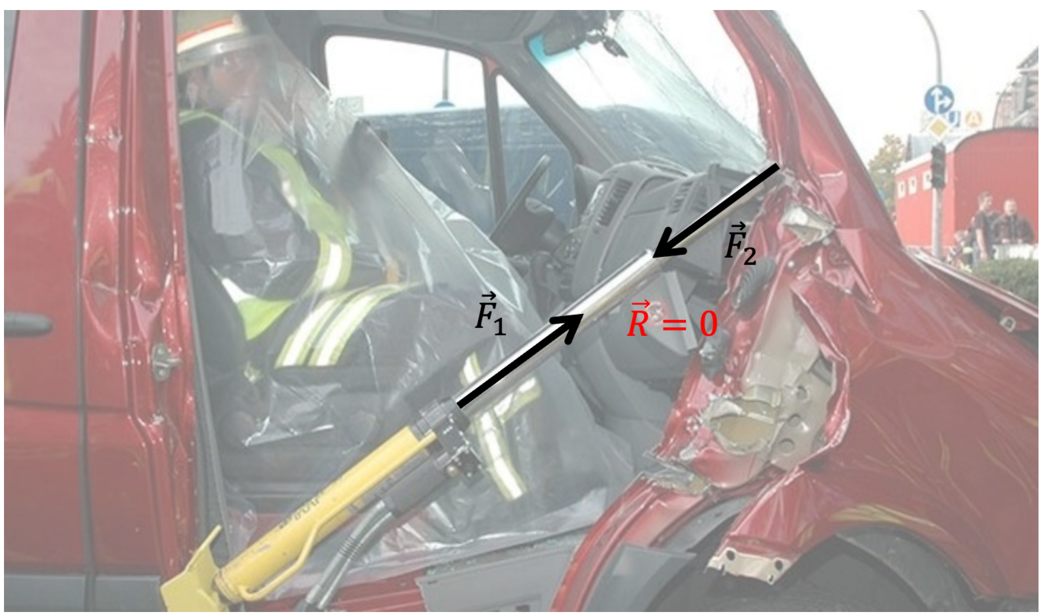
Nasproti usmerjene sile se med seboj slabijo. Velikost rezultante sil je enaka razliki velikosti sil. Negativne vrednosti velikosti rezultante sil pomeni, da ta kaže v nasprotni smeri, kot jo določa prva sila v razliki.



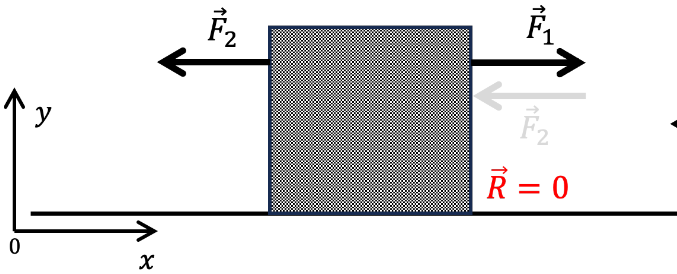
Seštevanje enakovrednih, nasproti usmerjenih sil

Poseben primer seštevanja seštevanja nasprotni usmerjenih sil je, ko sta sili enako veliki. V primeru, ko sili delujeta druga proti drugi. **Če je rezultanta vseh sil, ki delujejo na telo enaka nič, potem pravimo, da so sile v ravnovesju.** Kljub temu, da je rezultanta sil enaka nič, pa je njun učinek lahko kljubtemu neničeln. Kadar sta usmerjeni ena proti drugi, sili stiskata telo. Primer takšnega delovanja sil je obremenjen mirujoč hidravlični cilinder. Tega na eni strani pritiska hidravlično olje, na drugi strani pa napeta pločevina:



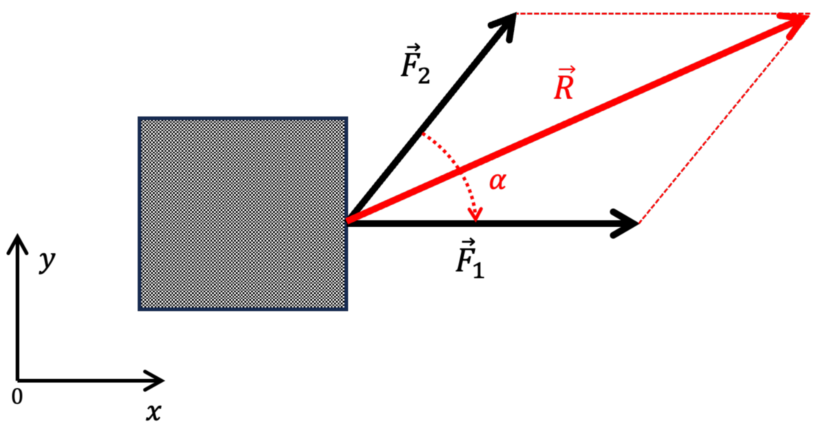


Kadar sta pa enakovredni sili obrnjeni druga stran od druge, pa lahko telo raztegujeta. Primer takšnega delovanja sil je obremenjena mirujoča jeklenica ali veriga - sosednja člena vlečeta vmesni člen vsak sebi:

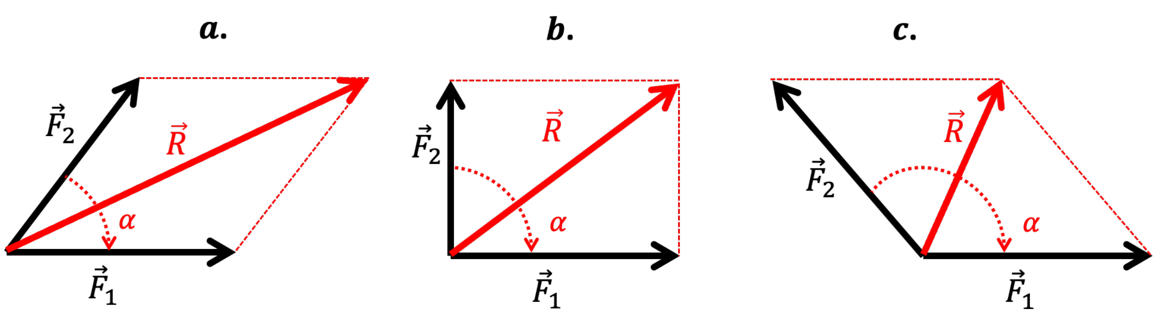


Seštevanje sil, ki kažejo v poljubne smeri

V splošnem sile, ki sočasno delujejo na telo, niso vzporedne ali nasprotno usmerjene, pač pa kažejo v različnih smereh in med seboj oklepajo kot α. Tedaj velikosti sil ne smemo kar seštevati oziroma odštevati, pač pa narišemo paralelogram sil in z njegovo pomočjo določimo velikost in smer rezultante.



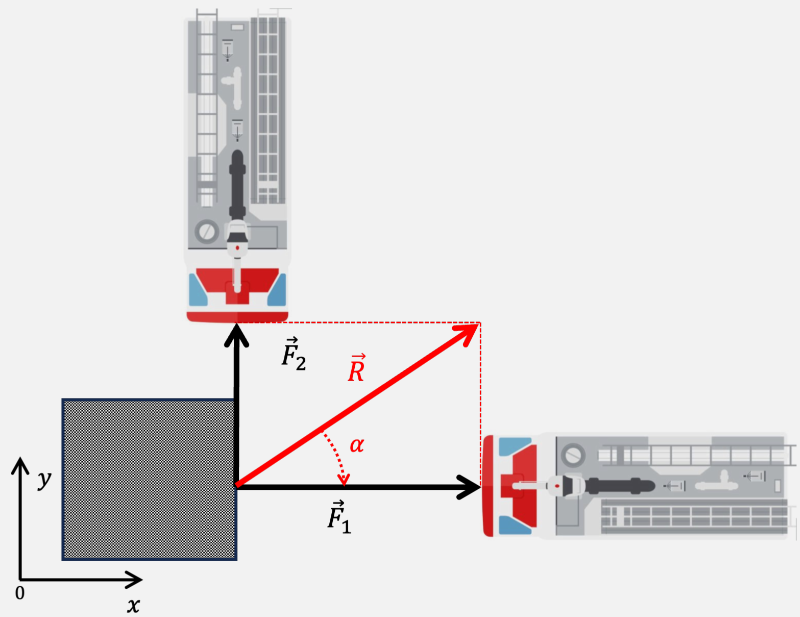
Vektorja $\vec{F}_1$ in $\vec{f}_2$, ki ju vektorsko seštevamo, določata stranici paralelograma, rezultanta sil pa ustreza diagonali z izhodiščem v skupnem prijemališču sil $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$. Spodnja slika prikazuje paralelograme sil za primere, ko je med silama $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ oster ($\alpha < 90°$), pravi ($\alpha = 90°$) in topi ($\alpha > 90°$) kot.



Opazimo, da je z naraščajočim kotom med silama $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ velikost rezultante manjša. V splošnem velja, da je velikost rezultante $R = |\vec{R}|$ manjša od vsote velikosti obeh sil rer večja od njune razlike:

$$|F_1 - F_2| \leq R \leq F_1 + F_2 \,.$$

Zgled 2.3 Oviro vlečemo k sebi z dvema GVC-1 preko gasilskih vitlov tako, da jeklenici oklepata pravi kot. S prvim vozilom vlečemo s silo $F_1 = 40\,\mathrm{kN}$, z drugim pa s silo $F_2 = 30\,\mathrm{kN}$. Izra;unaj velikost in smer rezultante sil s katero efektivno vlečemo oviro.



Opazimo, da sili $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ in njuna rezultanta tvorijo pravokotni trikotnik. Velikost rezultante sil lahko zato izračunamo po Pitagorovem izreku:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{40^2 + 30^2}\,\mathrm{kN} = 50\,\mathrm{kN}\,.$$

Kot, ki ga rezultanta sil $\vec{R}$ oklepa s smerjo sile $\vec{F}_1$ oziroma osjo x izračunamo s pomočjo krožne funkcije arctan:

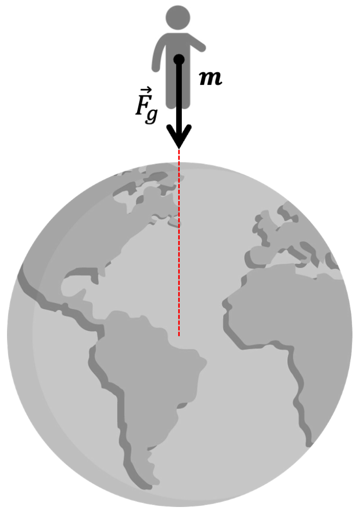
$$\alpha = \arctan\frac{F_2}{F_1} = \arctan\frac{30}{40} = 37^\circ\,.$$

■

Pri grafičnem seštevanju sil, ki imata različni prijemališči, moramo sili najprej vzporedno premakniti do skupnega izhodišča. Pri seštevanju večih sil postopek seštevanja izvajamo postopoma. Najprej določimo rezultanto dveh sil. Nato njuni rezultanti dodamo tretjo silo. Njuni rezultanti dodamo četrto silo itd.

2.4 Sila teže

Teža telesa, $\vec{F}_g$, je sila, s katero Zemlja deluje na telo iz okolice in ga vleče navzdol proti središču Zemlje - v praksi to pomeni proti zemeljskem površju.



Meritve pokažejo, da je sila teže odvisna le od mase telesa m in je z njo sorazmerna. Sorazmernostni faktor med težo in maso je težnostni pospešek $\vec{g}$, ki tako kot teža kaže proti središču Zemlje, njegova velikost pa je (za vse praktične uporabe) konstantna in znaša $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$. Težo zato lahko zapišemo kot:

$$\vec{F}_g = m\,\vec{g}\,.$$

V praksi velikost težnega pospeška navadno zaokrožimo kar na $10\,\mathrm{m/s^2}$. Ker je med maso in težo le faktor 10 v praksi pogostokrat zamenjujemo pojma maso mase in teže. Ko govorimo o teži jo namreč pogostokrat navajamo v kg, kar ni pravilno. navajati bi jo morali v N.

Zgled 2.4 Izračunaj velikost sile teže gasilca na površju Zemlje, če njegova masa znaša $m = 100\,\mathrm{kg}$:

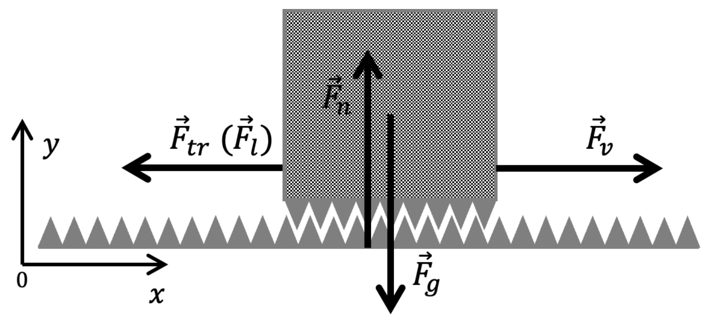
$$F_g = m\,g = 100\,\mathrm{kg}\;9.81\frac{m}{s^2} = 98.1\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}} = 98.1\,\mathrm{N} \approx 100\,\mathrm{N}\,.$$

2.5 Sila podlage

Sila teže je tista, ki nas pritiska k tlom. Da se ne bi vdrli v tla, pa skrbi podlaga, na kateri stojimo, ki se s svojo trdnostjo oziroma elastičnostjo upira sili teže in ustvarja nasprotno silo, ki ji rečemo **sila podlage**, $\vec{F}_n$. Če je podlaga dovolj trdna oziroma prožna, da ta lahko izenači silo teže $(F_g = F_n)$, potem po taki podlagi lahko hodimo. Ko pa je podlaga prešibka (npr. voda ali pa živi pesek) in je $F_n < F_g$, tedaj pa se nam udre in po taki podlagi ne moremo hoditi.

2.6 Sila trenja

Ko se telo med gibanjem dotika podlage, to na podlago deluje s silo teže. Tudi podlaga deluje na telo in preprečuje, da bi se to vdrlo v podlago. Hkrati pa podlaga na telo deluje še z dodatno silo vzdolž podlage, ki nasprotuje premiku vzdolž podlage. Temu pojavu rečemo trenje in je posledica dejstva, da površini podlage in in telesa, ki sta v stiku, (na mikroskopski ravni) nista nikoli idealno gladki in ravni. Posledično se telo in podlaga stikata le na določenih mestih, kjer se atomi, ki tvorijo snovi medsebojno povežejo z atomskimi silami. Če želimo telo premakniti, moramo te medatomske vezi pretrgati, za kar je potrebna vlečna sila, $\vec{F}_v$, ki je večja od od sile, s katero se atomi privlačijo.



Silo, ki jo moramo premagati, da telo premaknemo, imenujemo sila lepenja F_l. Ko se telo začne enkrat gibati, se atomi podlage in telesa še vedno čutijo, a te vezi niso več tako močne. Posledično je sila, s katero se podlaga upira gibanju telesa manjša in ji rečemo sila trenja F_tr. Sili lepenja in trenja sta odvisni od sile, s katero podlaga pritiska ob telo ter od dveh sorazmernostnih faktorjev, koeficienta lepenja k_l in trenja k_tr:. Zapišemo ju lahko kot:

$$F_\mathrm{l} = k_\mathrm{l}\, F_p\,, \qquad F_\mathrm{ltr} = k_\mathrm{tr}\, F_p\,, \qquad F_\mathrm{l} > F_\mathrm{ltr}\,.$$

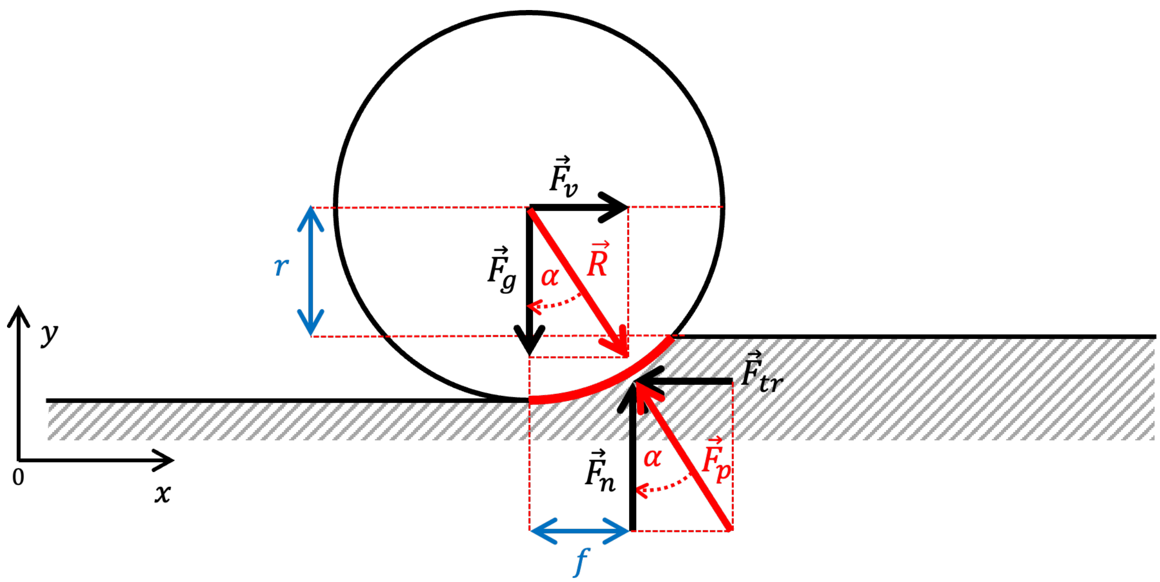
Koeficienta k_l in k_tr, kjer velja $k_\mathrm{l} > k_\mathrm{tr}$ sta empirično določena faktorja in **sta odvisna od značilnosti materialov iz katerih sta telo in podlaga ter lastnosti njunih stičnih površin. Nista pa odvisna od skupne ploskve podlage in telesa**. Koeficienti lepenja in trenja za nekatere kombinacije materialov in pogojev so navedeni v Tabeli 2.1.

2.6.1 Kotalno trenje

Kadar telo po površini ne drsi, pač pa se kotali (npr. kolo gasilskega tovornjaka), je za gibanje potrebna vlečna sila bistveno manjša. Tedaj govorimo o kotalnem trenu in temelji na dejstvu, da zaradi sile teže pride do rahlih deformacij (elastičnih in plastičnih) ali na valjastih kolesih, ali na podlagi ali na obeh. To ustvari neničelno stično površino med telesom in podlago in ustvarja trenje. Brez tega trenja se valjasto telo ne bi moglo premikati po površini, saj bi spodrsavalo in se vrtelo na mestu.

Material in pogoj	**Koeficient lepenja** (k_l)	**Koeficient trenja** (k_{tr})
Jeklo na jeklu, suho	0.15–0.30	0.10–0.20
Jeklo na jeklu, mazano	0.12–0.14	0.03–0.08
Jeklo na ledu	0.028	0.014
Jeklo na lesu, suho	0.58	0.05
Jeklo na lesu, mokro	0.11	0.08
Les na lesu, suho	0.40–0.60	0.20–0.40
Les na lesu, mokro	0.20–0.40	0.15–0.20
Guma na asfaltu, suho	0.55	0.40–0.50
Guma na asfaltu, mokro	0.20–0.30	0.15–0.20

Table 2.1: Vrednosti koeficientov lepenja in trenja za različne materiale in pogoje.



Slika prikazuje primer, ko kolo med kotaljenjem deformira podlago. Da dosežemo, da se kolo kotali, moramo nanj delovati z vlečno silo $\vec{F}_v$. Sila $\vec{R}$ s katero kolo deluje na podlago, je vektorska vsota vlečne sile $\vec{F}_v$ in sile teže $\vec{F}_g$ in kaže diagonalno navzdol. Tej sili nasprotuje sila tal $\vec{F}_p$, ki je vektorska vsota navpično usmerjene sile podlage $\vec{F}_n$, ki preprečuje, da bi se kolo vdrlo, ter sile trenja $\vec{F}_{\mathrm{tr}}$. Velja:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_n + \vec{F}_v + \vec{F}_{tr} = 0\,.$$

Zaradi sile trenja prijemališče sile tal ni na dnu kolesa s polmerom r, kot bi pričakovali, pač pa je premaknjeno naprej za razdaljo f. Za kot, ki ga oklepa sila tal z navpičnico α velja:

$$\tan\alpha = \frac{F_v}{F_g} = \frac{F_{tr}}{F_n} = \frac{f}{r}\,.$$

Od tod ugotovimo, da lahko silo kotalnega trenja po vzoru od prej zapišemo kot:

$$F_{tr} = \frac{f}{r}\, F_n = k_{\mathrm{kot}}\, F_n\,,$$

kjer smo razmerje med premikom f in polmerom kolesa r proglasili za koeficient kotalnega trenja:

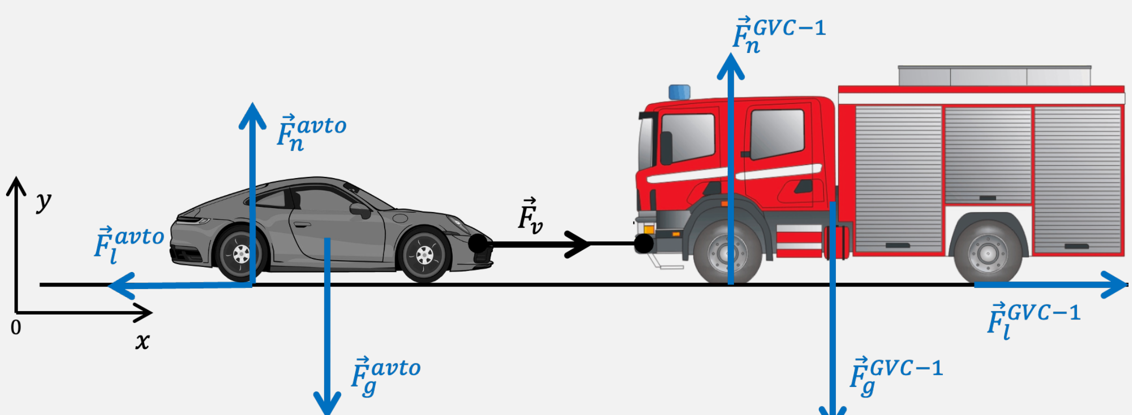
$$k_{\mathrm{kot}} = \frac{f}{r}\,.$$

Vrednosti koeficientov kotalnega trenja za gumijasta kolesa na različnih podlagah so navedene v Tabeli 2.2

Podlaga	**Koeficient kotalnega trenja** (k_{kot})
Asfalt	0.01
Beton	0.015
Makadam	0.03
Pesek	≤ 0.3

Table 2.2: Koeficient kotalnega trenja za gumijasta kolesa na različnih podlagah.

Zgled 2.5 Gasilci morajo s tehničnim posegom premakniti avtomobil z maso 10 t. Uporabili bodo vitel z maksimalno silo potega $F_v = 50\,\mathrm{kN}$, ki je nameščen na GVC-1 z maso 15 t. Koeficient lepenja med pnvmatikami in podlago je $k_l = 0.55$, koeficient kotalnega trenja pa $k_{\mathrm{kot}} = 0.04$. Ali lahko vleko avtomobila izvedemo?



- Pred izvedbo vleka se moramo prepričati, da bo med posegom GVC-1 vedno na miru, torej da je sila lepenja GVC-1 večja od maksimalne vlečne sile vitla. Če ta pogoj ni izpolnjen, potem se lahko zgodi, da bo GVC-1 med vleko začel drseti. Zato izračunajmo silo lepenja GVC-1:

$$F_l^{\mathrm{GVC-1}} = k_l\, F_N^{\mathrm{GVC-1}} = k_l\, F_g^{\mathrm{GVC-1}} = k_l\, m^{\mathrm{GVC-1}}\, g = 0.55\ 150000\,\mathrm{N} = 82500\,\mathrm{N}\,.$$

Ugotovili smo, da je sila lepenja večja maksimalne sile vleke ($F_l^{\mathrm{GVC-1}} > F_v$), zato lahko nadaljujemo.

- Sedaj preverimo, če lahko povlečemo vozilo, ki ima zategnjeno ročno zavoro in se njegova kolesa ne vrtijo.

$$F_l^{\mathrm{avto}} = k_l\, m^{\mathrm{avto}}\, g = 0.55\ 10000\,\mathrm{N} = 55000\,\mathrm{N}\,.$$

Ugotovimo, da je potrebna sila večja od zmogljivosti vitla ($F_l^{\mathrm{avto}} > F_v$), zato vleka ne bo mogoča.

- Edini način je da uspemo sprostiti zavore avtomobila in dosežemo, da se kolesa začnejo prosto vrteti. Tedaj je potrebna sila enaka:

$$F_{\mathrm{kot}}^{\mathrm{avto}} = k_{\mathrm{kot}}\, m^{\mathrm{avto}}\, g = 0.04\ 10000\,\mathrm{N} = 4000\,\mathrm{N}\,.$$

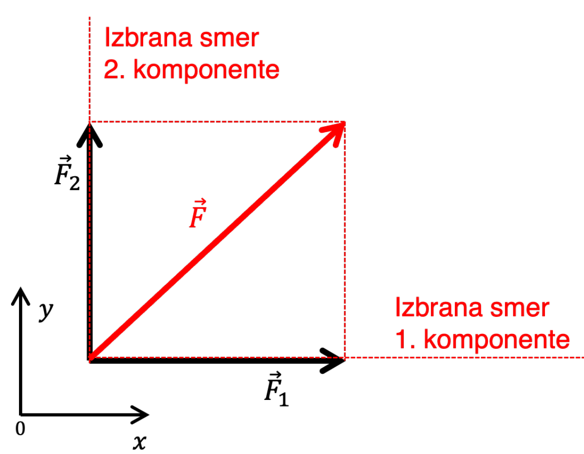
Vidimo, da je v tem primeru potrebna vlečna sila precej manjša od zmogljivosti vitla $F_{\mathrm{kot}}^{\mathrm{avto}} < F_v$).

■

Trenje je v inžinirstvu in posledično tudi v gasilstvu zelo pomembnen koncept. Kot smo lahko videli, nam trenje omogoča delovanje koles. Trenje med obutvijo in podlago nam tudi omogoča, da hodimo in da nam ne drsi. Na drugi strani pa trenje povzroča tudi negativne učinke. V strojih (ležajih) je trenje krivo za njihovo pregrevanje ter dodatno porabo energije.

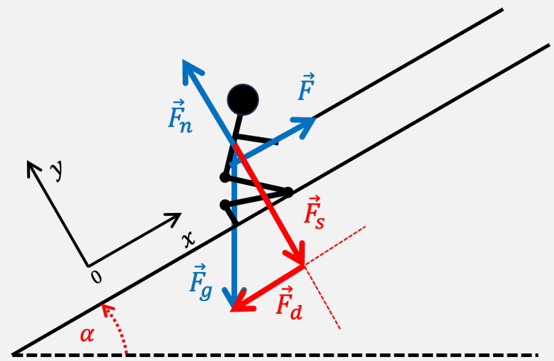
2.7 Razčlenitev sil

Izbrano silo $\vec{F}$ je vedno mogo;e nadomestiti z dvema ali več delnimi silami, t.i., komponentami. Te morajo biti izbrane tako, da je njihova vektorska vsota (rezultanta) enaka prvotni sili. Postopek razčlenitve sil je ekvivalenten seštevanju sil $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$. Komponenti morata namreč tvoriti paralelogram, v katerem je razčlenjena sila diagonalna. Obe stranici paralelograma, ki izhajata iz točke delovanja sile $\vec{F}$ po smeri in velikosti ustrezata obema delnima silama $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$.



Sile v praksi raztavljamo na komponente, ki kažejo v smereh pomembnih za reševanje naloge, npr. na komponento v smeri gibanja telesa in na komponento pravokotno na smer gibanja, ali pa na komponenti vzdolž horizontalne in vertikalne osi.

Zgled 2.6 Na strmi gladki strehi z naklonom $\alpha = 60^\circ$ čepi gasilec z maso $m = 90\,\mathrm{kg}$, ki je varovan z vrvjo, in prekriva strehe. S kolikšno silo je napeta vrv?



Zavedati se je potrebno, da na strehi vrv ne drži celotne teže gasilca, saj ta ne visi na vrvi. Del sile teže nosi streha, ki s svojo trdnostjo preprečuje, da bi bi gasilec padel skozi. To je sila podlage $\vec{F}_n$. Vrv izenačuje le del teže, ki kaže vzdolž strehe in poskuša gasilca potisniti po strehi navzdol. Da bi izračunali silo vrvi F, silo teže razdelimo na dve kopmponenti. Na dinamično komponento F_d, ki kaže vzdolž strehe in na statično komponento F_s, ki kaže pravokotno na streho. Da so sile v ravnovesju, mora veljati:

$$F = F_d = F_g \sin\alpha = m\,g \sin\,\alpha = 90\,\mathrm{kg}\;10\,\mathrm{m/s^2}\;\sin 60^\circ = 780\,\mathrm{N}\,.$$

Sila, s katero gasilec pritiska ob strešnike in tudi strešniki pritiskajo nazaj nanj, pa je enaka:

$$F_s = F_n = F_g \cos\alpha = m\,g \cos\,\alpha = 90\,\mathrm{kg}\;10\,\mathrm{m/s^2}\;\cos 60^\circ = 450\,\mathrm{N}\,.$$

■

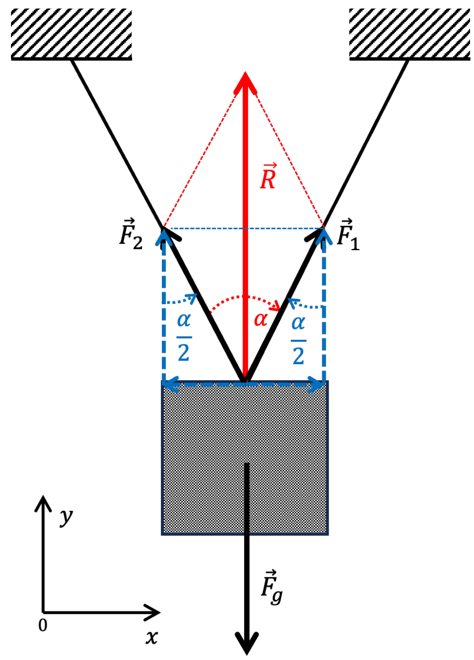
2.8 Simetrično vpeto breme

Bremena pritrjujemo z večimi trakovi na več pritrdišč hkrati navadno zato, da bi zmanjšali sile v posameznih trakovih/verigah/jeklenicah. Najbolje (v smislu obremenitev) je, če sta pritrdišči nameščeni simetrično glede na breme, kot prikazuje spodnja slika. Tedaj je problem simetričen. Sili v levem in desnem traku sta po velikosti enaki $F_1 = F_2 = F$. Da bo pritrjeno breme stabilno viselo, mora biti njuna rezultanta nasprotno enaka sili teže bremena: $R = F_g$. Velikost rezultante sil $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ izračunamo tako, da upoštevamo komponenti njunih sil, ki kažeta v navpični smeri (horizontalni komponenti sta nasprotno enaki in se seštejeta v nič):

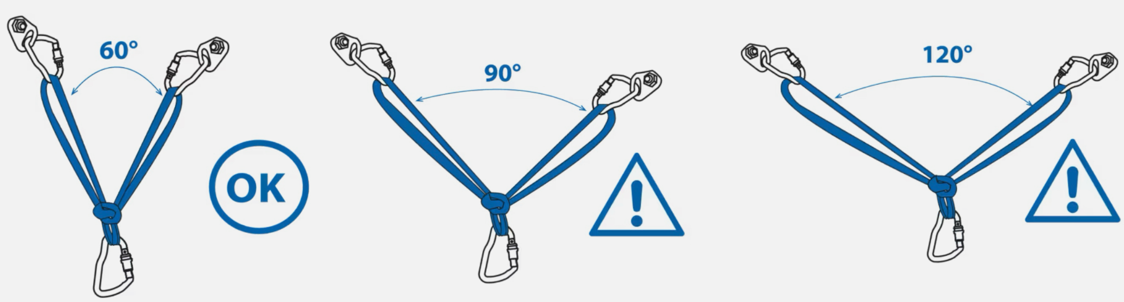
$$R = F_1 \cos\frac{\alpha}{2} + F_2 \cos\frac{\alpha}{2} = 2\,F\ \cos\frac{\alpha}{2}\,.$$

Od tod izpeljemo, da je velikost sile F v posameznem kraku enaka:

$$F = \frac{R}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{F_g}{2\cos\frac{\alpha}{2}}\,.$$



Zgled 2.7 Utež z maso $m = 100\,\mathrm{kg}$ s pomočjo vponk in trakov pritrdimo pod strop, kot prikazuje slika. Trakova oklepata kot $\alpha = 60^\circ$. Kolikšna je sila v vrveh? Kolikšna bi bila sila v trakovih, če bi bil kot $\alpha = 90^\circ$ ali pa $\alpha = 120^\circ$?



Da bi rešili nalogo, najprej upoštevajmo, da je sta rezultanta sil trakov ter teža po velikosti enaki:

$$R = F_g = m\,g = 1000\,\mathrm{N}\,.$$

Velikost sil v posameznih krakih $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ sedaj izračunamo po ravnokar izpeljanem pravilu in dobimo:

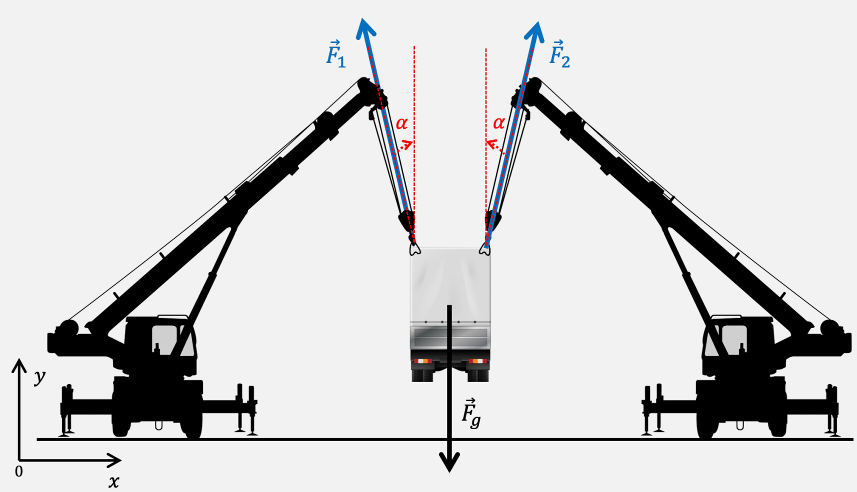
$$F_1 = F_2 = \frac{F_g}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = 577,3\,\mathrm{N}\,.$$

Za preostale kote sile v trakovih izračunamo na enak način in dobimo:

- Za $\alpha = 0°$:
$$F = \frac{1000\,\mathrm{N}}{2\cos 0°} = 500\,\mathrm{N}\,.$$
- Za $\alpha = 90°$:
$$F = \frac{1000\,\mathrm{N}}{2\cos 45°} = 707\,\mathrm{N}\,.$$
- Za $\alpha = 120°$:
$$F = \frac{1000\,\mathrm{N}}{2\cos 60°} = 1000\,\mathrm{N}\,.$$

Z zgornjo nalogo smo ugotovili, da bodo sile v pritrdiščih (trakovih) najmanjše, kadar bosta trakova vzporedna. Tedaj vsak trak nosi polovico teže. Z naraščanjem kota med vrvmi, pa sila v posameznih vrveh narašča. Ko je medsebojni kot med vrvema večji od 120°, sila v posamezni vrvi naraste do te mere, da je sila v vsaki vrvi večja, kot če bi breme obesili direktno samo na en trak. Tako se nam ne splača ravnati. **Zato pri dvigovanju bremen z večimi trakovi hkrati skrbimo, da kot med vrvmi vedno manjši od 60°, saj je v tem primeru nosilnost takšnega sistema trakov za manj kot 20 % manjša od maksimalne skupne nosilnosti trakov.**

Zgled 2.8 Polno naložen tovornjak z maso $m = 25\,\mathrm{t}$ želimo dvigniti s pomočjo dveh žerjavov, ki breme poskušata dvigniti pod kotoma $\alpha = 15°$. Ali bosta žerjava uspela dvigniti breme, če je v danem položaju maksimalna obremenitev žerjava $F_{max} = 12.5\,\mathrm{kN}$?



Da bi uspešno dvignili breme, morata žerjava skupaj premagati silo teže kamijona, ki znaša $F_g = m\, g = 250\,\mathrm{kN}$. Vsak žerjav bi potemtakem moral vleči s silo:

$$F_1 = F_2 = \frac{F_g}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = 12.61\,\mathrm{kN} > F_{\max},$$

ker je več od maksimalne dovoljene obremenitve žerjava, zato dviga ne smemo izvesti. ■

2.9 Faktor obremenitve in pritrdilni trakovi

Gasilci za dvigovanje predmetov, materialov ali blaga uporabljajo tudi pritrdilne trakove izdelane iz poliamida, poliestra in polipropilena. Na voljo je več vrst trakov, ki se med seboj ločijo po barvi, ki opredeljuje njihovo maksimalno obremenitev pri navpičnem dvigu - glej spodnjo tabelo.

Način uporabe	**a.**	**b.**	**c.**	**d.**	**e.**
Varnostni faktor	**Navpično**	**Zanki**	**Vzporedno**	**Košara**	
7					
Faktor obremenitve	1	0.8	2	1.4	1
Barva traku	**Maksimalna obremenitev [kg]**				
Vijolična	1000	800	2000	1400	1000
Zelena	2000	1600	4000	2800	2000
Rumena	3000	2400	6000	4200	3000
Siva	4000	3200	8000	5600	4000
Rdeča	5000	4000	10000	7000	5000
Rjava	6000	4800	12000	8400	6000
Modra	8000	6400	16000	11200	8000
Oranžna	10000	8000	20000	14000	10000
Oranžna	20000	16000	40000	28000	20000

Glede na način uporabe pritrdilnih trakov in pritrjevanje bremena, se lahko maksimalna obremenitev trakov lahko poveča ali pa zmanjša. To opredeljuje faktor obremenitve, ki je enak razmerju med maksimalno obremenitvijo (težo bremena) pri izbranem načinu uporabe $F_g^{\max}$ in maksimalno obremenitvijo F_0 pri navpičnem dvigu:

$$\mathrm{FO} = \frac{F_g^{\max}}{F_0}\,.$$

.

a) Pri navpičnem dvigu je sila teže bremena, ki ga dvigujemo, nasprotno enaka sili dviga. Maksimalna teža, ki jo lahko dvigujemo, je enaka nominalni maksimalni obremenitvi F_0 in faktor obremenitve je $\mathrm{FO} = 1$.

b) Pri uporabi bremenskih trakov v načinu zanke, konec traku na mestu zanke ustvarja silo v horizontalni smeri, ki je enaka polovici obremenitve. To silo mora drugi del traku (ki poteka skozi zanko) izničiti z nasprotno usmerjeno, a enako veliko silo. Posledično je obremenitev na trak na mestu zanke večja, ko bi bila pri vertikalnem dvigu:

$$F_0 = \sqrt{\left(F_g^{\max}\right)^2 + 2\left(\frac{F_g^{\max}}{2}\right)^2} = 1.22\,F_g^{\max}\,.$$

Pripadajoči faktor obremenitve je potem $\mathrm{FO} = 0.8$.

c) Pri vzporednem dvigu, levi in desni del traku nosita vsak polovico bremena, zato velja:

$$F_0 = \frac{F_g^{\max}}{2}\,,$$

od koder velja, da je faktor obremenitve $\mathrm{FO} = 2$.

d) Pri izračunu faktorja obremenitve za primer, ko trakove obremenjujemo v obliki košare, se opremo na formulo za simetrično vpeto breme izpeljano v razdelku 2.8. Upoštevajoč, da je navajani kot ϕ enak $\theta/2$, za kot $\phi = 45°$ velja:

$$F_0 = \frac{F_g^{\max}}{2\sin\phi} = \frac{F_g^{\max}}{2\sin 45°} = 0.707 F_g^{\max}\,,$$

od koder določimo, da je $\mathrm{FO} = 1.4$.

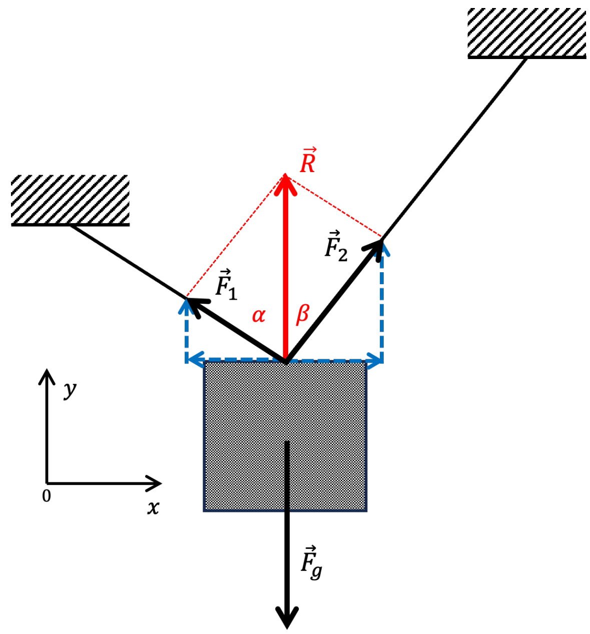
e) Ko je trak obremenjen v obliki košare pod kotom $\phi = 60°$, pa velja:

$$F_0 = \frac{F_g^{\max}}{2\sin\phi} = \frac{F_g^{\max}}{2\sin 60°} = F_g^{\max}\,,$$

in je faktor obremenitve enak $\mathrm{FO} = 1$.

2.10 Nesimetrično vpeto breme

V primeru, ko sta pritrdišči na različnih višinah ali pa za pritrjevanje uporabljamo različno dolge trakove, sile v trakovih niso več enake. Tedaj govorimo o nesimetrično vpetem bremenu.



Nalogo lahko približno rešimo grafično. Zaradi ravnovesja sil vemo, da mora rezultanta sil $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ kazati navpično navzgor in mora biti po velikosti enaka teži $\vec{F}_g$. Smeri sil $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ sta določeni s smerema jeklenic. Po pravilu za raztavljanje sil narišemo v smereh jeklenic paralelogram, v katerem $\vec{R}$ ustreza diagonali. Iz primerjave dolžin sil $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ z $\vec{F}_g$ lahko nato sklepamo o njunih dolžinah.

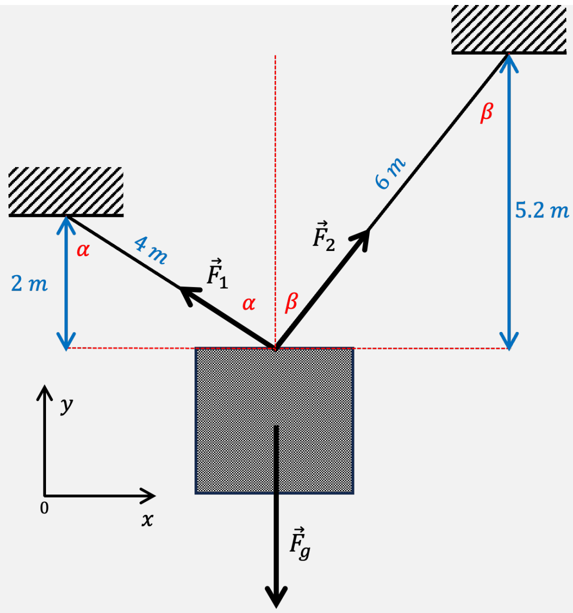
Računsko pa nalogo rešimo tako, da sili $\vec{F}_1$ in $\vec{F}_2$ raztavimo na komponenti v horizontalni (x) in vertikalni (y) smeri. Ker je breme na miru in so sile v ravnovesju, to pomeni, da so v ravnovesju tudi komponente sil v horizontalni in vertikalni smeri. To zapišemo z enačbama:

$$
\begin{aligned}
x &: \quad -F_{1x} + F_{2x} = -F_1 \sin\alpha + F_2 \sin\beta = 0\,, \\
y &: \quad F_{1y} + F_{2y} - F_g = F_1 \cos\alpha + F_2 \cos\beta - F_g = 0\,,
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Če v enačbah upoštevamo, da kota α in β, ki jih jeklenici oklepata z navpičnico, poznamo, lahko zapišemo:

$$
F_1 = \frac{F_g}{\sin\alpha\left(\frac{1}{\tan\alpha} + \frac{1}{\tan\beta}\right)}\,, \qquad F_2 = \frac{F_g}{\sin\beta\left(\frac{1}{\tan\alpha} + \frac{1}{\tan\beta}\right)}\,.
$$

Zgled 2.9 Breme z maso 1000 kg visi na dveh jeklenicah z dolžinama 4 m in 6 m, ki sta na strop pritrjeni 2 m in 5.2 m nad zgornjim robom brmena. Izračunaj sili v jeklenicah!



Iz višin pritrdišč in dolžin jeklenic najprej izračunamo kota α in β, ki jih jeklenici oklepata z navpičnico:

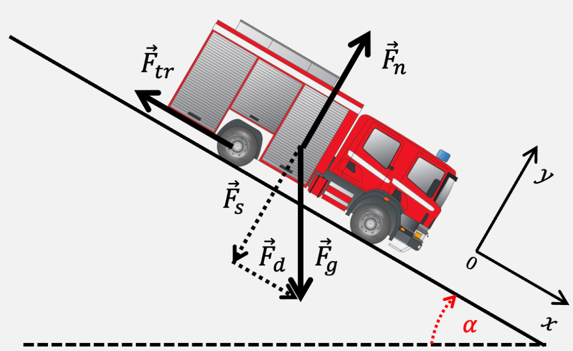
$$\alpha = \arccos\frac{2\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{m}} = 60^\circ\,, \qquad \beta = \arccos\frac{5.2\,\mathrm{m}}{6\,\mathrm{m}} = 30^\circ\,.$$

Od tod po enačbah, ki smo ju izpeljali za izračun sil za nesimetrično vpeto breme, lahko izračunamo:

$$F_1 = \frac{m\,g}{\sin\alpha\left(\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{\tan\beta}\right)} = 5000\,\mathrm{N}\,, \qquad F_2 = \frac{m\,g}{\sin\beta\left(\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{\tan\beta}\right)} = 8660\,\mathrm{N}\,.$$

■

Zgled 2.10 Na poledenelem klancu stoji gasilsko vozilo z maso $m = 10000\,\mathrm{kg}$. Izračunaj maksimalni naklon klanca α, na katerem vozilo še ne bo zdrsnilo navzdol, če je koeficient trenja med blokinranimi gumijastimi kolesi in ledom $k_t = 0.1$.



Na vozilo deluje več sil. Sila teže, $\vec{F}_g$ potiska vozilo navpično navzdol proti tlom. Temu se upira sila podlage podlage $\vec{F}_n$, ki kaže navzgor, pravokotno na klančino. Da vozilo ne zdrsi vzdolž klanca, pa skrbi sila trenja $\vec{F}_t$. Nalogo rešimo tako, da upoštevamo, da za mirujoč kamijon velja ravnovesje sil, ki mora veljati v vseh smereh. Nas zanimata dve smeri, vzdolž klanca in pravokotno na klanec. Pri tem uporabimo pravila za razčlenitev sil in težo razdelimo na statično ($\vec{F}_s$) in dinamično komponento ($\vec{F}_d$) v izbranih dveh smereh, kot prikazuje slika. V smeri pravokotno na klanec je sila normale enaka statični komponenti teže in velja:

$$F_n = F_g \cos\alpha \,.$$

Vzdolž klanca pa je dinamična sila teže enaka sili trenja. Če še upoštevamo definicijo sile trenja $F_t = k_t\, F_n$, lako zapišemo:

$$F_g \sin\alpha = F_t = k_t * F_n = k_t * F_g * \cos\alpha \,.$$

Če enačbo delimo s F_g in $\sin\alpha$, lahko od tod kot α izrazimo kot:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = k_t \,, \qquad \alpha = \arctan k_t = \arctan 0.1 = 5.7^\circ \,.$$

Od tod ugotovimo, da stavilnost vozila ni odvisna od mase vozila, pač pa le od koeficienta trenja med vozilom in tlemi. Da bo vozilo stabilno, mora biti klanec manj kot 10 %. ■

2.11 Newtonovi zakoni

Sedaj že vemo, da interakcije teles v naravi in tehniki, ki imajo za posledico spreminjanje gibanja telesa (drugačno smer in hitrost), pa tudi spremenjeno oblikoin velikost, izražamo s silami. **Pomembnosti koncepta silese je prvi zavedal Sir Isaac Newton, ki je zapisal tri zakone, ki predstavljajo osnovne principe klasične mehanike.**

2.11.1 I. Newtonov zakon - zakon vztrajnosti

Če na telo ne deluje nobena sila, ali če je rezultanta vseh delujočih sil enaka nič, potem telo miruje ali se giblje enakomerno!

2.11.2 II. Newtonov zakon - zakon dinamike

Pospešek telesa je enak kvocientu rezultante sil, ki delujejo na telo in mase telesa

$$\vec{a} = \frac{\vec{R}}{m} \,.$$

Če rezultanto sil tolmačimo kot vektorsko vsoto vseh sil, ki delujejo na telo $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i$, lahko II. Newtonov zakon zapišemo tudi kot:

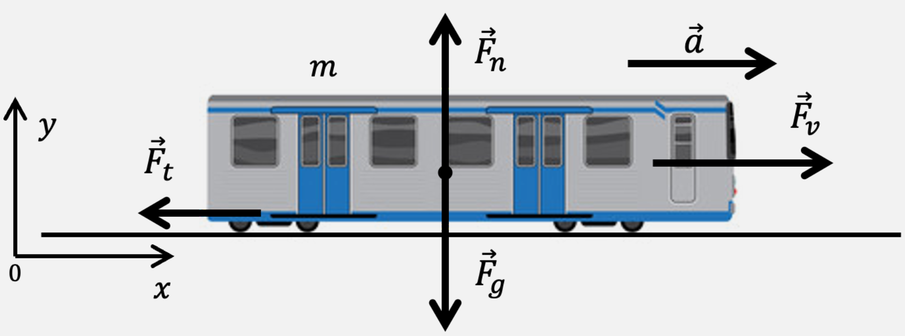
$$\vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}.$$

Vektor pospeška kaže v smeri rezultante sil, njegova velikost pa je enaka $a = \frac{R}{m}$.

2.11.3 III. Newtonov zakon - zakon "akcije in reakcije"

Če prvo telo deluje na drugo telo z neko silo, potem drugo telo deluje na prvo telo z enako veliko, a nasprotno usmerjeno silo. "Akcija vzbudi enako veliko reakcijo". Pri tem izvor sile ni pomemben, dokler izvira iz mas samih.

Zgled 2.11 S kakšno silo moramo vleči vagon z maso 20000 kg, da ta na ravni podlagi začne pospeševati s pospeškom 1.5 m/s^2, če je koeficient trenja med kolesi vagona in tračnicami 0.03.



Na vagon z maso $m = 20000$ kg deluje več sil. V smereh pravokotno na gibanje delujeta sili teže, $\vec{F}_g = m\vec{g}$ in sila podlage, $\vec{F}_n$, ki sta nasprotno enaki, saj je vlak ves čas trdno na tirih. V smeri gibanja deluje vlečna sila, $\vec{F}_v$, v nasprotni smeri pa sila trenja, $\vec{F}_t$, ki je po velikosti enaka $F_t = k_t F_n$, kjer je koeficient trenja med kolesi vagona in tračnicami $k_t = 0.03$. Velikost vlečne sile, F_v, poiščemo z upoštevanjem II. Newtonovega zakona, ki ga za gibanje v pozitivni smeri (glej skico) vzdolž tračnic zapišemo kot:

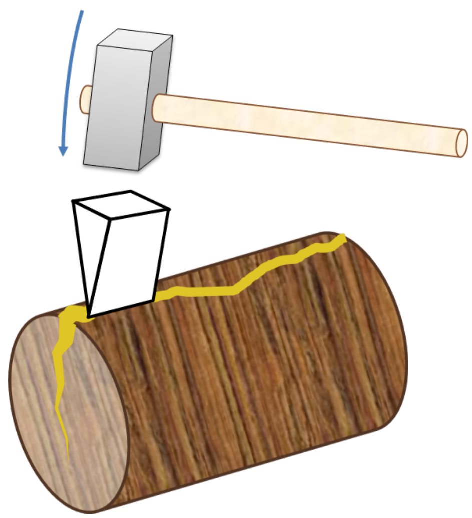
$$F_v - F_t = ma\,,$$

kjer je $a = 1.5\,\mathrm{m/s^2}$ pospešek vlaka. če upoštevamo, da je $F_n = F_g = mg$ in da je zato $F_t = k_t mg$, lahko iskano silo izračunamo kot:

$$F_v = ma + F_t = m(a + k_t g) = 36\,\mathrm{kN}\,.$$

2.12 Zagozda

Zagozda preprosta naprava, ki se kot orodje uporablja za razpiranje dveh delov, npr. cepljenje drv. Deluje na enak princip kot rezilo noža. Prednost zagozde je, da je sila, s katero ta deluje na dva konca, ki jih razmika večja od sile, s katero mi delujemo na zagozdo. Temu rečemo mehanska prednost in je odvisna od razmerja med njegovo dolžino in širina na najdebelejšem delu.



Kocept delovanja zagozde razlozimo na primeru cepljenja lesa z zagozdo, ki je dolga L in na najširšem delu široka t. Zagozdo zabijamo v les s kladivom s silo F_k. Pri tem les deluje nanjo z normalnima silama podlage F_n, ki sta pravokotni na površino zagozde. Gibanju v les se zagozda upira s silo trenja, ki kaže v smeri vzdolž zagozde F_{tr}. Skupni sili, s katerima les zdeuje na zagozdo z leve in desne strani je enaka vektorskema vsotama normalne sile in pa sile trenja:

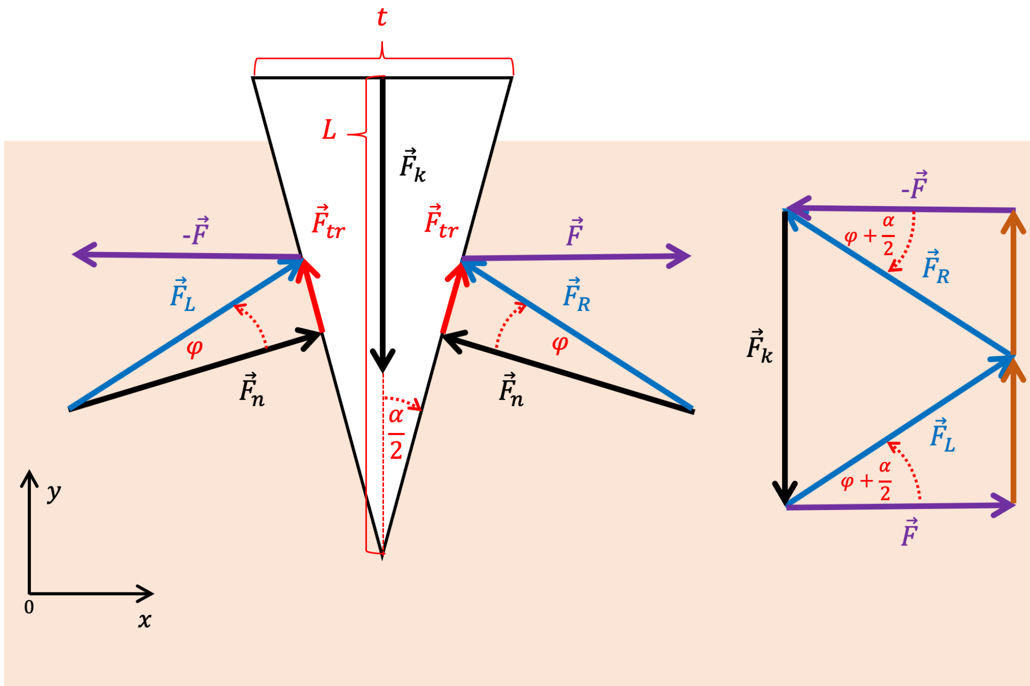
$$\vec{F}_L = \vec{F}_R = \vec{F}_n + \vec{F}_{tr} \,.$$

Kot, ki ga oklepata sili $\vec{F}_R$ in $\vec{F}_L$ z normalno silo, izračunamo s pomočjo definicije sile trenja in upoštevnaja lastnosti pravokotnega trikotnika, ki ga tvorijo sile $\vec{F}_{L,R}$, $\vec{F}_n$ in $\vec{F}_{tr}$. Velja:

$$F_{tr} = F_n \, k_t = F_n \, \tan\phi \,,$$

od koder lahko ven izračunamo, da je $\phi = \arctan k_t$. Sedaj upoštevajmo, da je vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na zagozdo tik preden se ta ustavi, enaka nič:

$$\vec{F}_L + \vec{F}_R + \vec{F}_k = 0 \,.$$



Če sili $\vec{F}_{L,R}$ razdelimo na komponenti v horizontalni in vertikalni smeri, ugotovimo, da se vertikalni komponenti seštejeta ravno v nasprotno silo sili $\vec{F}_k$, horizontalni komponenti $\pm\vec{F}$ pa se med sabo izničita. A zaradi III. Newtonovega zakona sta ravno to sili, s katerima zagozda odriva les od sebe. Če še upošstevamo, da za kot $\frac{\alpha}{2}$ med navpičnico in robom zagozde velja:

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{t}{2L}$$

lahko ob ponovnem upoštevanju pravil za pravokotni trikotnik izpeljemo, da je sila F enaka

$$F = \frac{F_k}{2\tan\left(\frac{\alpha}{2} + \phi\right)} .$$

Če privzamemo, da je trenje med lesom in zagozdo zanemarljivo, potem je $k_t = 0$ in $\phi = 0$, od koder sledi, da za idealno zagozdo (in pa tudi nož) velja:

$$F = \frac{F_k}{2\tan\frac{\alpha}{2}} = F_k\frac{L}{t} .$$

S tem smo prišli do zaključka, da večje kot bo razmerje med dolžino in širino zagozde (bolj kot bo ostra), večja bo sila, s katero ta potiska les narazen. Razmerju $\frac{L}{t}$ pravimo tudi mehanska prednost zagozde.

Zgled 2.12 Simetrična zagozda dolžine $L = 20\,\mathrm{cm}$ in širine $t = 4\,\mathrm{cm}$ uporabimo za cepljenje drv. S kakšno silo deluje zagozda na les, če jo s kladivom po hrbtni strani udarjamo s silo $F_k = 500\,\mathrm{N}$.

Upoštevajoč zgornjo izpeljavo lahko izračunamo, da je sila F, s katero zagozda deluje na les enaka:

$$F = F_k \frac{L}{t} = 500\,\mathrm{N}\,\frac{20}{4} = 2500\,\mathrm{N}\,.$$

■

3. Kinematika

3.1 Lega, hitrost, pospešek

Gibanje telesa skozi prostor je odvisno od okolice, glede na katero gibanje opazujemo. Najpogosteje gibanje teles opazujemo glede na zemeljsko površje. Gibanje telesa poznamo, če ob vsakem času poznamo njegovo lego, hitrost in pospešek. Tako kot sila so tudi lega, hitrost in pospešek vektorji v prostoru, ki jih opazujemo relativno glede na izbrani koordinatni sistem, ki ga izberemo glede na našo okolico in določa naše izhodišče in pa pozitivne smeri gibanja.

- **Lega** telesa $\vec{s}(t)$ nam pove, oddljenost telesa od izbranega izhodišča ob izbranem času.

- **Hitrost** ob dane času $\vec{v}(t)$ določa, za koliko se bo v naslednjem časovnem koraku Δt (v naslednjem trenutku) spremenila lega telesa.

$$\vec{s}(t+\Delta t) = \vec{s}(t) + \vec{v}(t)\Delta t$$

  oziroma

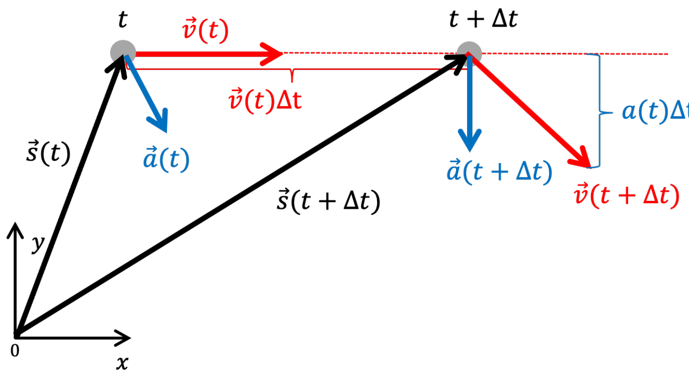
$$\vec{v}(t) = \frac{\vec{s}(t+\Delta t) - \vec{s}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{s}(t)}{\Delta t}\,.$$

- **Pospešek** ob danem času $\vec{a}(t)$ pa nam pove, za koliko se bo v naslednjem trenutku Δt (časovnem koraku) spremenila hitrost telesa:

$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}(t)\Delta t$$

  oziroma

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}\,.$$



Kadar se telo giblje le v eni smeri, vzdolž ene premice, ki jo izberemo kot koordinatno os, govorimo o **premem gibanju**.

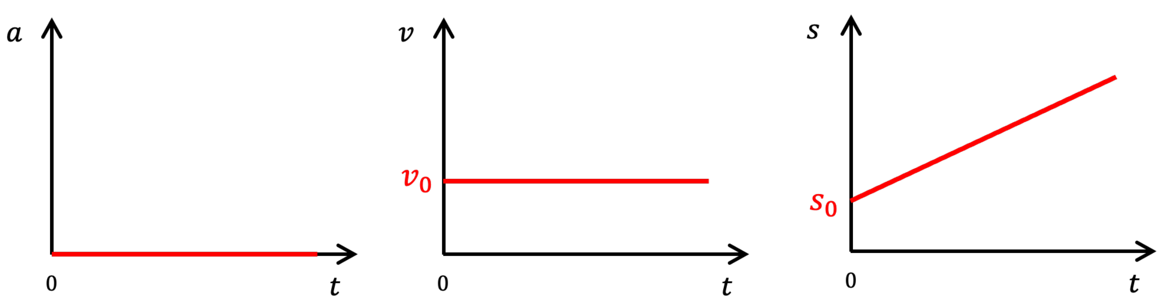
3.2 Enakomerno gibanje

O enakomernem gibanju govorimo, kadar je pospešek telesa enak $\vec{a} = 0$ in se hitrost s časom ne spreminja - je konstantna:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(0) + 0\,t = \vec{v}(0) = \vec{v} = \text{konst.}$$

V tem primeru se lega telesa spreminja linearno s časom:

$$\vec{s}(t) = \vec{s}(0) + \vec{v}\,t\,.$$



Primer 3.2.1 Primer enakomernega gibanja je vožnja po avtocesti s prižganim tempomatom, ki vzdržuje konstrantno hitrost.

Če združimo II. Newtonov zakon in pa kinematsko zvezo za hitrost, vidimo, da se telo giblje enakomerno, ko je rezultanta sil, ki delujejo na telo enaka 0:

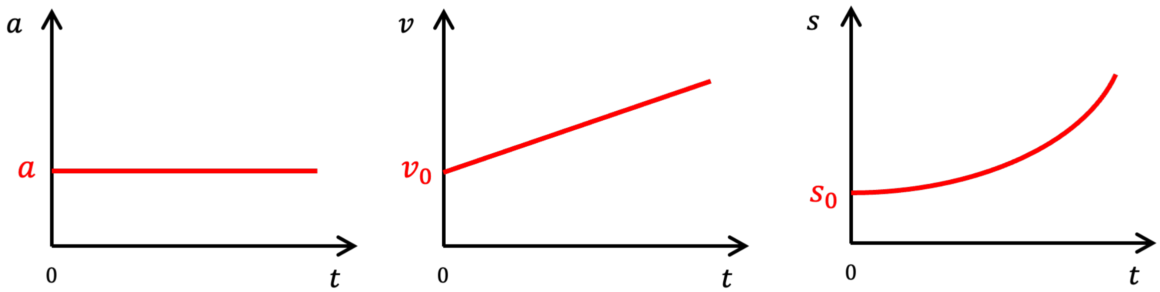
$$\frac{\sum_i \vec{F}_i}{m} = \vec{a} = 0 \qquad \Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$$

Poseben primer enakomernega gibanja je mirovanje, ko je $\vec{v} = 0$ in je $\vec{s} = \text{konst.}$ Od tod vidimo, da je I. Newtonov zakon zgolj poseben primer II. Newtonovega zakona.

3.3 Enakomerno pospešeno gibanje

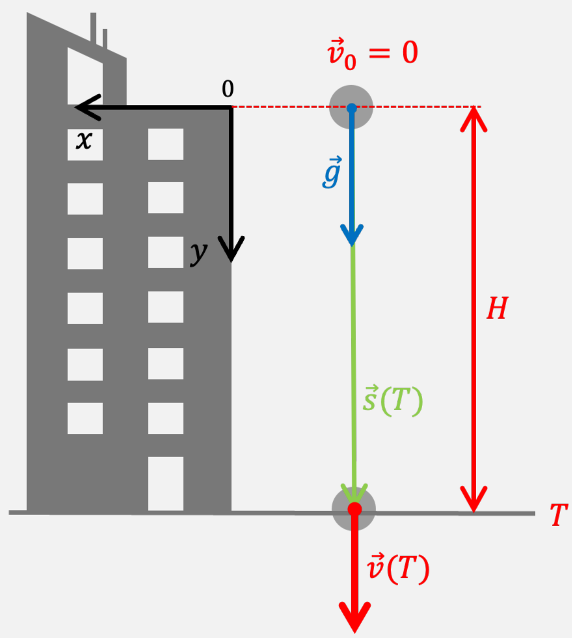
Enakomerno pospešeno gibnje je poseben primer pospešenega gibanja, ko je pospešek konstanten. V tem primeru se hitrost spreminja linearno s časom, lega telesa pa kvadratično. Kadar je $a > 0$, je gibanje pospešeno, ko je pa $a < 0$, pa je gibanje pojemajoče.

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \vec{a}\, t\,, \qquad \vec{s}(t) = \vec{s}(0) + \vec{v}(0)\, t + \frac{\vec{a}\, t^2}{2}\,.$$



Primer 3.3.1 Primeri enakomerno pospešenega gibanja so prosti pad, navpični met ter poševni met, ki ga opišemo z balistično krivuljo.

Zgled 3.1 Torbico z vrvjo sustimo s $H = 20\,\mathrm{m}$ visoke zgradbe. Izračunaj, s kakšno hitrostjo in v kolikšnem času bo torbica padla na tla.



V danem primeru obravnavamo prosti pad telesa, kije primer enakomerno pospešenega gibanja. Na telo deluje le sila teže, ki je enaka $\vec{F}_g = m\, g$. Od tod ugotovimo, da je pospešek telesa, s katerim se giblje telo v navpični smeri (y) proti površini Zemlje enak:

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{m\,g}{m} = g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}\,.$$

ker telo spustimo, je njegova začetna hitrost enaka $v(0) = 0$. Če še upoštevamo, da smo si koordinatno izhodišče izbrali na vrhu zgradbe, lahko s pomočjo zapisanih izrazov za enakomerno pospešeno gibanje zapišemo pot, ki jo bo vrečka prepotovala do dna. Tega bo zadela ob času $t = T$:

$$s(T) = 0 + 0 + \frac{g\,t^2}{2} = H\,.$$

Od tod lahko izrazimo čas padca kot:

$$T = \sqrt{\frac{2\,H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\text{ m}}{10\,\mathrm{m/s^2}}} = 2\,\mathrm{s}\,.$$

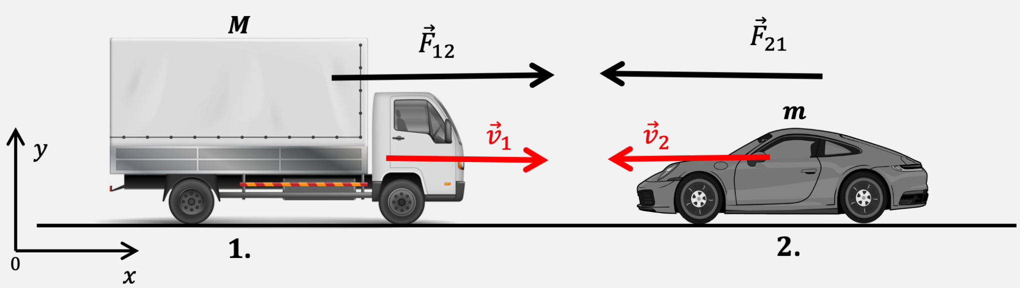
Hitrost vrečke tik pred trkom pa potemtakem znaša:

$$v(T) = 0 + g\,T = 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m/s} = 72\,\mathrm{km/h}\,.$$

■

Gibanje vseh teles, ki se po zraku gibljejo brez lastnega pogona, je pospešeno, saj na njih deluje sila teže, ki jih vleke proti tlom in jim v tem smeri daje pospešek. Njihov pospešek v vertikalni smeri znaša $a = g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$.

Zgled 3.2 Obravnavajmo trk težjega vozila z maso $M = 10000\,\mathrm{kg}$ in lažjega vozila z maso $m = 2000\,\mathrm{kg}$, ki se oba vozita s hitrostjo $v_0 = 30\,\mathrm{m/s}$ in trčita drug ob drugega s silo $F_{12} = F_{21} = 100000\,\mathrm{N}$. Izračunaj pospeška, ki ju bosta čutila voznika v obeh vozilih ob trku! Izračunaj še hitrosti vozil po trku, če je trk trajal $\Delta t = 1\,\mathrm{s}$.



Naloga je zgled za delovanje III. Newtonov zakona. Intuitivno bi morda pričakovali, da bo sila, s katero kamijon deloval na avto večja, kot sila, s katero bo avtomobil deloval na tovorno vozilo, a to ni res. Sili sta isti, različne pa bodo - kot bomo ugotovili - posledice. Ker je mali avtomobil lažji, bi njegov pospešek precej večji kot pospešek težjega avtomobila. Če še upoštevamo, da vsak avto čuti silo, ki jo ustvari sosednji avto, in si za računanje izberemo koordinatni sistem, ki je označen na sliki, lahko zapišemo:

$$a_1 = \frac{-F_{21}}{M} = \frac{-100000\,\mathrm{N}}{10000\,\mathrm{kg}} = -10\,\mathrm{m/s^2}, \qquad a_2 = \frac{F_{12}}{m} = \frac{100000\,\mathrm{N}}{2000\,\mathrm{kg}} = 50\,\mathrm{m/s^2}.$$

Hitrost kamijona po trku izračunamo po formuli za enakomerno pospešeno gibanje:

$$v_1 = v_0 + a_1 \Delta t = 30\,\mathrm{m/s} - 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m/s}.$$

Hitrost avtomobila avtomobila izračunamo na enak način, vendar moramo upoštevati, da se je v izbranem koordinatnem sistemu, vozila na začetku gibalo v negativnos smer:

$$v_2 = -v_0 + a_2 \Delta t = -30\,\mathrm{m/s} + 50\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m/s}.$$

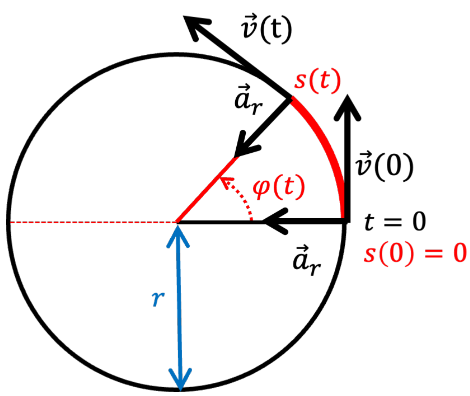
Ugotovili smo, da voznik avtomobila ob trku utrpi grozno spremembo hitrosti. Ob trku se vozili sprimeta in se nato skupaj premikata naprej. ■

3.4 Kroženje

O kroženju govorimo, ko se telo giblje po križnici s polmerom r, katere lefa v prostoru je stalna. Hitrost telesa, ki je pri kroženju tangenta na krožnico, se imenuje obodna hitrost. Opravljeno pot na krožnici izrazimo s krožnim lokom (merjenim od izbranega izhodišča) $s(t)$ ali s kotom $\phi(t)$, ki ga polmer oklepa z izbrano začetno (navadno vodoravno) smerjo:

$$\phi(t) = \frac{s(t)}{r}.$$

Pri tem je potrebno upoštevati, da kot merimo v radianih. Velja, da je $360° = 2\pi\,\mathrm{rad} = 6.28\,\mathrm{rad}$.



Podobno kot obodno hitrost lahko vpeljemo še kotno hitrost, ki pove, za kolikšen kot $\Delta\phi$ se je v delčku časa Δt premaknilo naše telo:

$$\omega = \frac{\Delta phi}{\Delta t}.$$

Če upoštevamo, da v splošnem velja, da je $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ in vemo, da je $s = \phi\ r$, lahko obodno hitrost izrazimo s kotno kot:

$$v = \omega\ r\,.$$

3.4.1 Enakomerno kroženje

Poseben primer kroženja je enakomerno kroženje. V tem primeru se kotna hitrost ne spreminja s časom in je velikost obodne hitrosti konstantna:

$$\omega = \text{konst.}\,, \qquad \phi(t) = \phi(0) + \omega\ t\,, \qquad v = \text{konst.}$$

Enakomerno kroženje pa je kljub konstantni velikosti obodne hitrosti pospešeno gibanje, saj se sprminja njena smer! Smer hitrosti spreminja radialni pospešek $\vec{a}_r$, ki je usmerjen k središču kroženja. Velja:

$$\vec{a}_r = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\,.$$

Od tod se da izpeljati naslednjo pomembno formulo za velikost radialnega pospeška pri enakomernem kroženju

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2\ r = \omega\ v\,.$$

3.4.2 Neenakomerno kroženje

Če pa ima pospešek poleg radialne tudi tangentno komponento, t.i. tangentni pospešek $\vec{a}_t$, pa je kroženje neenakomerno. Tangentni pospešek spreminja velikost obodne hitrosti in kotno hitrost, zato telo kroži pospešeno. Veljemo lahko kotni pospešek kot:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{a_t}{r}\,.$$

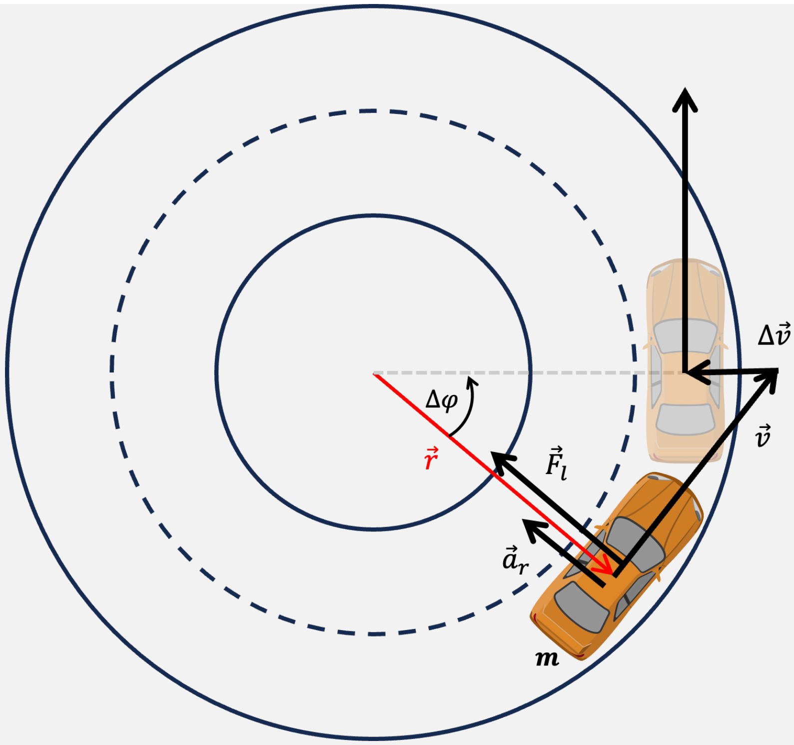
Mersko enota za kotni pospešek je $[\alpha] = 1/\mathrm{s}^2$.

3.4.3 Frekvenca

Pri kroženju pogosto vpeljmeo tudi frekvenco (ν, f), ki pove, koliko obhodov naredi telo v eni sekundi. Merska enota za frekvenco je $1/\mathrm{s}$ ali Hz(Hertz). Če upoštevamo, da en obhod ustreza kotu 2π, lahko kotno hitrost in frekvenco povežemo z zvezo:

$$\omega = 2\pi\ f\,.$$

Zgled 3.3 Avtomobil se vozi s hitrostjo $50\,\mathrm{km/h}$ po rondoju s polmerom $100\,\mathrm{m}$. Kolikšen je radialni pospešek vozila? Pri kateri hitrosti začne voznik izgubljati oblast nad vozilom in drseti po vozišču, če je koeficient lepenja med asfaltom in pnevmatikami 0.4?



V nalogi obravnavamo avtomobil, ki s hitrostjo $v = 50\,\mathrm{km/h} = 13.9\,\mathrm{m/s}$ enakomerno kroži po rondoju s polmerom $r = 100\,\mathrm{m}$. Zanima nas, kolikšen je radialni pospešek vozila, $\vec{a}_r$. Tega izračunamo iz obodne hitrosti po danem obrazcu in dobimo:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = 1.93\,\mathrm{m/s^2}\,.$$

Radialni pospešek ustvarja sila lepenja med kolesi in asfaltom, ki tako kot radialni pospešek kaže v smeri proti središču rondoja. To lahko izkoristimo pri reševanju drugega dela naloge in računanju hitrosti, $\tilde{v}$, pri kateri začne vozilo drseti po cestišču. To se zgodi, ko sila lepenja preide v silo trenja. Tedaj se II. Newtonov zakon za gibanje avtomobila v radialni smeri glasi:

$$F_l = ma_r = m\frac{\tilde{v}^2}{r}\,.$$

Če upoštevamo, da je sila trenja enaka $F_l = m\ g\ k_l$ in je $k_l = 0.4$, lahko kritično hitrost izrazimo in izračunamo kot:

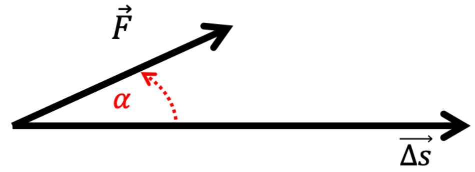
$$\tilde{v} = \sqrt{gk_tR} = 20\,\mathrm{m/s} = 72\,\mathrm{km/h}\,.$$

■

4. Delo, moč in energija

4.1 Delo

Pri gasilskih posredovanjih s silami delujemo na telesa (vozila, podrta drevesa, porušene zgradbe), ker želimo doseči nek izzid, npr. premakniti predmet za določeno razdaljo, dvigniti telo na določeno višino. Na ta telesa moramo delovati s silo, ker nanje delujejo tudi druge sile, ki se tej spremembi upirajo, npr. teža, trenje.



Če mi na neko telo delujemo s silo $\vec{F}$ in smo telo premaknili za razdaljo $\vec{\Delta s}$, potem smo opravili delo:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = F\ \Delta\ s\ \cos\alpha\,,$$

kjer je α kot med smerjo sile in smerjo premika telesa. Merska enota za delo $1\,\mathrm{Nm} = 1\,\mathrm{J}$ (džul) in določa delo, ki ga opravi sila $1\,\mathrm{N}$ na razdalji $1\,\mathrm{m}$. Večja, kot bo izvedena pot, večje bo opravljeno delo. Večja, kot bo sila, s katero vlečem, večje bo delo.

4.2 Moč

Koliko dela lahko opravimo na enoto časa, nam pove moč stroja, ki delo opravlja:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t}\,.$$

Merska enota za moč je $1\,\mathrm{J/s} = 1\,\mathrm{W}$(Watt). S strojem z manjšo močjo bomo v danem času opravili manj dela s strojem z večjo močjo.

Pri premem gibanju, ko sila F deluje vzdolž premika Δs, lahko zapišemo, $\Delta A = F\ \Delta s$, od koder sledi, da je moč sile F enaka produktu sile in hitrosti:

$$P = \frac{F\ \Delta s}{\Delta t} = F\ v\,.$$

Zgled 4.1 Z gasilskim vitlom iz struge potoka vlečemo zagozdeno drevo s silo 50000 N in povprečno hitrostjo 1 m/min.. Izračunaj delo, ki smo ga opravili, če smo drevo povlekli za $s = 10\,\mathrm{m}$! S kakšno močjo je deloval vitel? S kakšno hitrostjo bi vlekli drevo, če bi bila moč vitla dvakrat manjša?

Opravljeno delo izračunamo po definiciji z upoštevanjem sile in dolžine vleka

$$A = F\ s = 50000\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} = 500000\,\mathrm{Nm} = 500\,\mathrm{kJ}\,.$$

Moč vitla je enaka:

$$P = F\ v = 50000\,\mathrm{N}\frac{1\,\mathrm{m}}{60\,\mathrm{s}} = 833\,\mathrm{W}\,.$$

Hitrost vleke ob polovični moči, pa bi bila:

$$v = \frac{\frac{P}{2}}{F} = \frac{417\,\mathrm{W}}{50000\,\mathrm{N}} = 0.5\,\mathrm{m/min}.$$

■

4.3 Energija

Da bi označili in ovrednotili sposobnost telesa, za opravljanje dela, v fiziki vepljemo koncept energije. Telesu lahko pripišemo več različnih energij:

- Telo z maso m, ki se giblje s hitrostjo v ima kinetično energijo:

$$W_k = \frac{m\ v^2}{2}\,.$$

- Telo z maso m, ki se nahaja na višini h nad izbrano referenčno točko (ponavadi površje Zemlje), ima potencialno energijo:

$$W_p = m\ g\ h$$

- Telo, ki se vrti okrog stalne osi s kotno hitrostjo ω, ima rotacijsko energijo:

$$W_r = \frac{J\ \omega^2}{2}\,,$$

  kjer je J vztrajnostni moment telesa glede na vrtilno os (Glej Krautov strojniški priročnik, str. 144.).

- Deformirano telo pod napetostjo (npr. napeta vzmet, obremenjeno drevo) ima prožnostno energijo:

$$W_{\mathrm{pr}} = \frac{k\,x^2}{2}\,.$$

Pri tem k označuje konstanto prožnosti, x pa označuje velikost elastične deformacije glede na ravnovesno lego.

4.3.1 Izrek o kinetični energiji

Delo vseh zunanjih sil razen sile teže in sile prožne vzmeti, je enaka vsoti sprememb kinetične, rotacijske, potencialne in prožnostne energije:

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{\mathrm{rot}} + \Delta W_{\mathrm{pr}}\,.$$

Potencialna in prožnostna energija in njini spremembi ΔW_p, ΔW_{pr} sta rezultat delovanja konzervativnih sil teže in prožne vzmeti. Če jih upoštevamo med energijami, potem ne sodita med med zunanje sile, zato jih v delu ne upoštevamo. V nasprotnem primeru bi njun učinek šteli dvakrat.

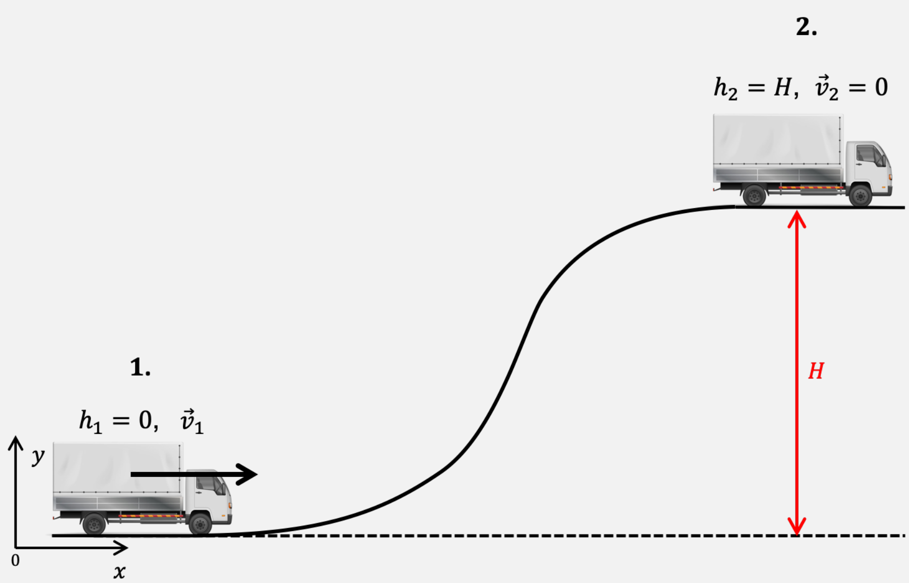
Če na telo deluje le sila teže, potem velja:

$$\Delta W_k + \Delta W_p = 0\,,$$

kar pomeni, da če se kinetična energija zmanjšuje, se mora poptencialna energija povečevati in obratno. **Ekvivalentno lahko rečemo, da se vsota potencialne in kinetične energije ohranja.** Primer, kjer opazimo to ohranitev, je spust po klancu. Ker na vrhu telo miruje, nima kinetične energije, ima pa visoko potencialno energijo. Ko se začne spuščati po klancu, se potencialna eenergija začne pretvarjati v kinetično energijo in njegova hitrost raste. Največjo hitrost ima telo na dnu, ko se vsa potencialna energija pretvori v kinetično. Povsem enak razmislek velja seveda tudi v nasprotni smeri.

Zgled 4.2 Na najbolj strmem delu primorske avtoceste, tik pred viaduktom Črni kal, je zgrajena visoka klančina, na kateri se lahko v sili ustavijo vozila, ki se jim pokvarijo zavore. Kako visoka mora biti ta klančina, da se na njej varno ustavijo tudi vozila, ki po avtocesti brez zavor drvijo s hitrostjo $160\,\mathrm{km/h}$?

V nalogi nas zanima višina klančine H, da se bo na njej vozilo z maso m, ki se na začetku vozi s hitrostjo $v_1 = 160\,\mathrm{km/h} = 44\,\mathrm{m/s}$ ustavilo. Na vozilo med gibanjem po klancu deluje le sila teže. Ker ostale sile (upor in trenje) zanemarimo, velja, da se med gibanjem vsota kinetične energije W_k in potencialne energije W_p ohranja.



Energiji vozila v točki **1.** tik pred klancem lahko z energijo vozila v točki **2.** na vrhu klanca lahko povežemo z zvezo:

$$W_{k1} + W_{p1} = W_{k2} + W_{p2}\,,$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + m\,g\,h_1 = \frac{mv_2^2}{2} + m\,g\,h_2\,,$$

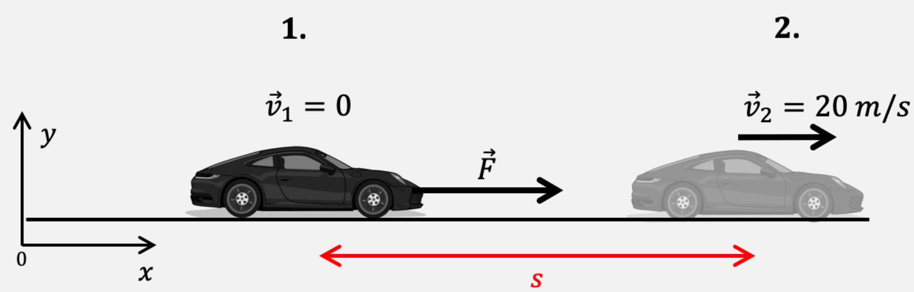
kjer smo z v_0 in v_1 označili hitrost vozila na dnu in na vrhu klanca, h_1 in h_2 pa višini vozila v točkah **1.** in **2.** glede na izbrani koordinatni sistem. Če za koordinatno izhodišče postavimo na dno klanca, velja $h_1 = 0$ in $h_2 = H$. Če še upoštevamo, da je hitrost vozila na vrhu klanca $v_2 = 0$, se zgornja enačba poenostavi v:

$$\frac{mv_1^2}{2} = m\,g\,H\,,$$

od koder hitro dobimo:

$$H = \frac{v_1^2}{2g} = 99\,\mathrm{m}\,.$$

Zgled 4.3 S kolikšno silo moramo vleči avto z maso 1300 kg, da ga na razdalji 80 m pospešimo iz mirovanja do hitrosti 20 m/s?



V nalogi nas zanima, s kolikšno silo F moramo vleči avto z maso $m = 1300\,\mathrm{kg}$, da ga na razdalji $s = 80\,\mathrm{m}$ pospešimo iz mirovanja do hitrosti $v_2 = 20\,\mathrm{m/s}$. Nalogo rešimo z uporabo izreka o kinetični energiji: Sprememba kinetične energije ΔW_k je enaka delu A, ki ga opravi zunanja sila F. Ker s silo delujemo v smeri gibanja, lahko za začetno točko **1.** in končno točko **2.** zapišemo zvezo:

$$\Delta W_k = W_{k2} - W_{k1} = A = \vec{F}\cdot\vec{s} = F\,s$$

oziroma

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = F\,s\,.$$

Ko upoštevamo, da je hitrost na začetku enaka $v_1 = 0$, lahko silo izračunamo iz zveze:

$$F = \frac{mv_2^2}{2\,s} = 3250\,\mathrm{N}\,.$$

Nalogo pa lahko rešimo tudi drugače: Ker avtomobil vlečemo s konstantno silo, je pospešek avtomobila konstanten $a = \frac{F}{m}$, zato lahko nalogo rešimo z uporabo kinematskih zvez za enakomerno pospešeno gibanje. Upoštevajmo, da vozilo na začetku miruje in se nahaja v koordinatnem izhodišču. Potem za hitrost $v(t)$ in pot $x(t)$ ob izbranem času veljata zvezi:

$$x(t) = \frac{a\,t^2}{2}, \qquad v(t) = a\,t\,.$$

Privzemimo še, da bo vozilo pot s prevozilo ob času T. V tem trenutku velja:

$$s = x(T) = \frac{a\,T^2}{2}, \qquad v_2 = v(T) = a\,T\,.$$

Če iz druge enačbe izrazimo čas T in ga upoštevamo v prvi, dobimo:

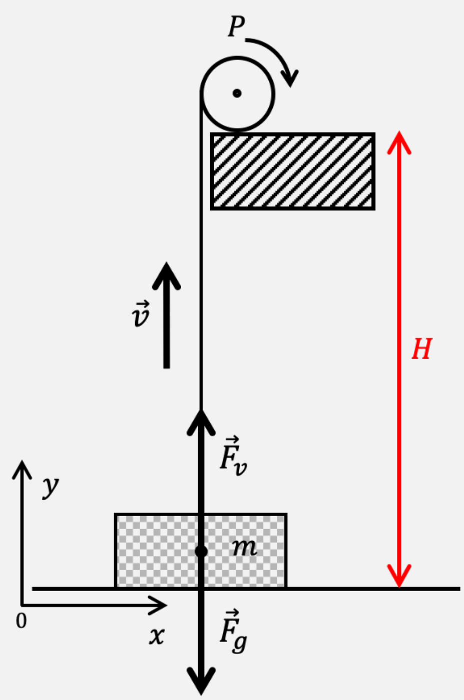
$$s = \frac{v_1^2}{2a}\,.$$

Od tod potem hitro izrazimo pospešek in izračunamo silo:

$$F = m\,a = \frac{m\,v_1^2}{2\,s} = 3250\,\mathrm{N}\,.$$

■

Zgled 4.4 Žerjav s pomočjo elektromotorja z maksimalno močjo $500\,\mathrm{W}$ dviga tovor na vrh $10\,\mathrm{m}$ visoke zgradbe. Koliko dela opravi motor, da dvigne $200\,\mathrm{kg}$ težek tovor? S kakšno močjo med dvigovanjem deluje motor, če se tovor premika s hitrostjo $0.17\,\mathrm{m/s}$?



Delo A, ki ga opravi motor z maksimalno močjo $P_0 = 500\,\mathrm{W}$ je enako delu vlečne sile med dvigom do višine $H = 10\,\mathrm{m}$, oziroma razliki potencialnih energij tovora na vrhu in na dnu:

$$A = \vec{F}_v \cdot \vec{H} = \Delta W_p = m\,g\,H = 20\,\mathrm{kJ}\,.$$

Sedaj poiščimo še moč motorja P, s katero ta deluje med dvigom. Moč pove, koliko dela je naprava zmožna opraviti na enoto časa, in je vpeljana kot $P = \frac{dA}{dt}$. Ker je v našem primeru vlečna sila konstantna, se izraz za moč dalje poenostavi:

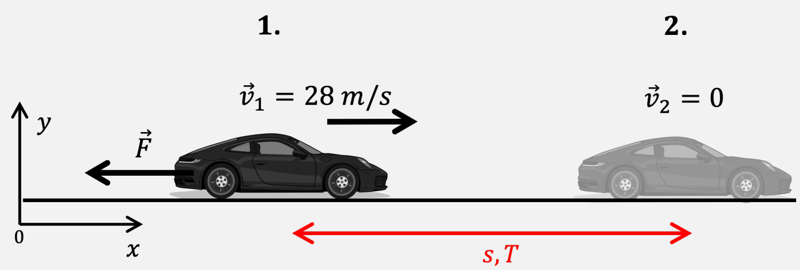
$$P = \frac{\vec{F}_v \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F}_v \cdot \vec{v}.$$

Ker dvigalo vleče s konstantno hitrostjo $v = 0.17\,\mathrm{m/s}$, velja $F_v = F_g = m\,g$. Moč lahko potem izračunamo kot:

$$P = m\,g\,v = 340\,\mathrm{W}\,.$$

■

Zgled 4.5 Avtomobil z maso $2000\,\mathrm{kg}$ zavira s silo $6000\,\mathrm{N}$. Koliko časa rabi vozilo, da se ustavi, če je bila njegova začetna hitrost $100\,\mathrm{km/h}$? Koliko dela so med zaviranjem opravile zavore avtomobila?



Avtomobil z maso $m = 2000\,\mathrm{kg}$ in začetno hitrostjo $v_1 = 100\,\mathrm{km/h} = 28\,\mathrm{m/s}$ zavira s silo $F = 6000\,\mathrm{N}$. Ker je sila, konstantna, bo konstanten tudi njegov pospešek $a = \frac{F}{m}$. Čas T, ki ga vozilo potrebuje, da se ustavi lahko zato izračunamo iz zveze za hitrost za enakomerno pospešeno gibanje:

$$v_2 = v_1 - a\,T = v_1 - \frac{F}{m}\,T = 0\,,$$

od koder lahko izrazimo in izračunamo čas

$$T = \frac{v_1\,m}{F} = 9.3\,\mathrm{s}\,. \tag{4.1}$$

Izračunati želimo tudi delo, ki so ga med zaviranjem opravile zavore avtomobila. V ta namen najprej izračunamo pot s, ki jo opravi enakomerno pojemajoče vozilo. Pri tem upoštevamo (4.1) in dobimo:

$$s = v_1\,T - \frac{a\,T^2}{2} = \frac{v_1^2}{a} - \frac{v_1^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2a}\,.$$

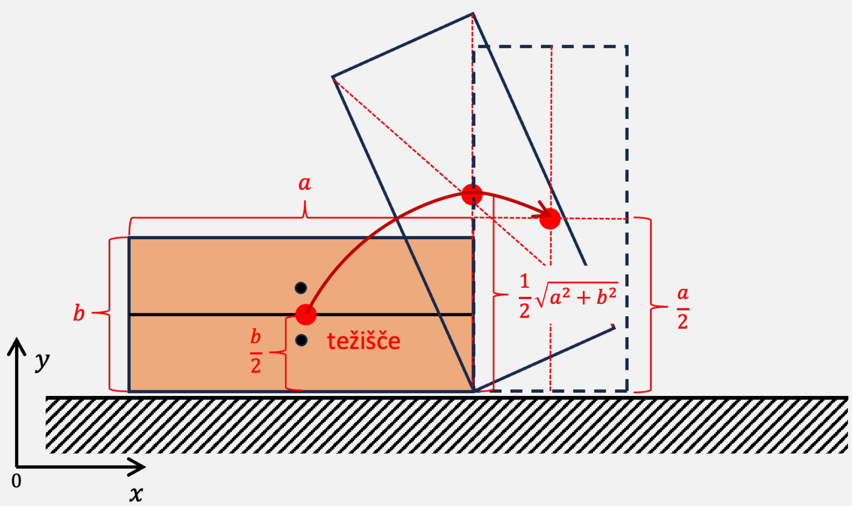
To sedaj upoštevajmo v definiciji za delo. Ker sila zaviranja kaže v vasprotni smeri gibanja, je delo, ki ga opravijo zavore enako:

$$A = F\;s = F\,\frac{v_1^2}{2a} = \frac{m\,v_0^2}{2} = 784\,\mathrm{kJ}\,.$$

Ugotovili smo, da je delo zavor enako začetni kinetični energiji vozila. To je vozilo moralo izgubiti, da se je ustavilo.

■

Zgled 4.6 Na tleh leži omara z višino $a = 2\,\mathrm{m}$, širino $b = 1\,\mathrm{m}$ in globino $c = 0.5\,\mathrm{m}$. Koliko dela opravimo, da omaro postavimo pokonci, če jo vrtimo okrog najkrajše stranice c? Masa omare je $m = 50\,\mathrm{kg}$.

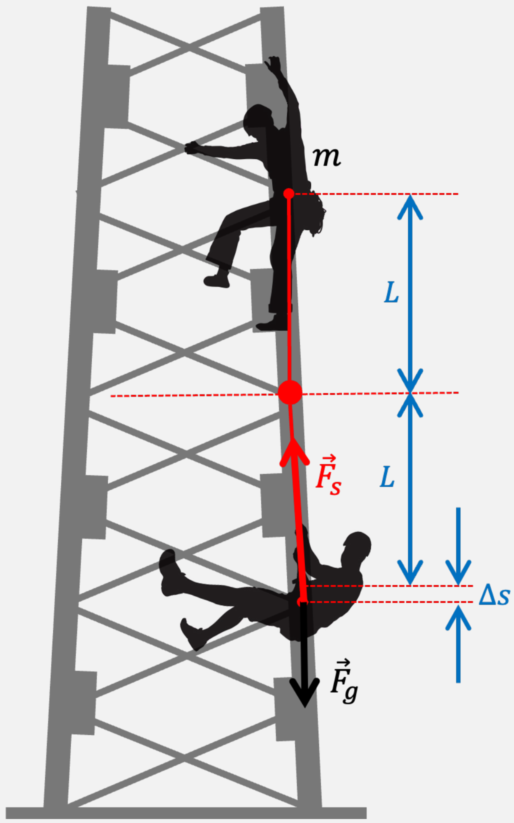


Pri reševanju naloge je ključen razmislek, da moramo do najvišje točke, ko je diagonala diagonala med stranicama a in b pravokotna na podlago. Od te točke naprej, bo omara sama padla na tla. Ker je pri reševanju dovolj, da spremljamo le lego težišca togega telesa, je delo, ki ga bomo opravili, enako spremembi potencialne enegije omare med začetno lego in najvišjo lego težišča. Upoštevajmo, da je na začetku težiče na višini $h_1 = \frac{b}{2}$, na koncu pa na višini $h_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$. Od tod lahko potem izračunamo:

$$A = \Delta W_p = m\,g\,h_2 - m\,g\,h_1 = m\,g\left(\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2} - \frac{b}{2}\right) = \frac{500}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} = 309\,\mathrm{J}\,.$$

■

Zgled 4.7 Gasilec z maso $m = 100\,\mathrm{kg}$ opravlja dela na višini na visokem stolpu. Za varnost skrbi tako, da je je na stolp pripet z varovalno vrvjo z dolžino $L = 1\,\mathrm{m}$. Dela opravlja na maksimalni višini, ki jo še lahko doseže, t.j. $L = 1\,\mathrm{m}$ nad sidriščem, ko mu spodrsne in pade. Kolikšno silo čuti v varovalnem pasu v trenutku, ko ta ustavi njegov padec, če se pri padcu vrv raztegne za $\Delta s = 10\,\mathrm{cm}$?



Silo, ki jo v pasu začuti plezalec, ko ta ustavi njegov padec izračunamo z uporabo zakona o ohranitvi energije. Plezalec ima na začetku potencialno energijo. Ko pade, se ta energija začne spreminjati v kinetično energijo. Padec se ustavi, ker prožnostna sila v vrvi opravi toliko dela, da izniči celotno kinetično energijo, ki jo ima v najnižji točki gasilec:

$$\Delta W_p = \Delta W_k = A_{\mathrm{vrvi}}$$

Če upoštevamo, da je skupna višina padca enaka dvokratni dolžini vrvi ($\Delta h = 2\,L$) in da se vrv, ko prestreže padec, raztegne za Δs, dobimo:

$$m\,g\,\Delta h = m\,g\,2L = F_{\mathrm{vrvi}}\,\Delta s \qquad \text{oziroma} \qquad F_{\mathrm{vrvi}} = \frac{m\,g\,2L}{\Delta s}\,.$$

Obtežba, ki jo čuti gasilec v trenutku, ko pas prestreze padec tako ustreza masi:

$$m = \frac{F_{\text{vrvi}}}{g} = \frac{m\,2L}{\Delta s} = \frac{100\,\text{kg}\;2\,\text{m}}{0.1\,\text{m}} = 2000\,\text{kg}\,.$$

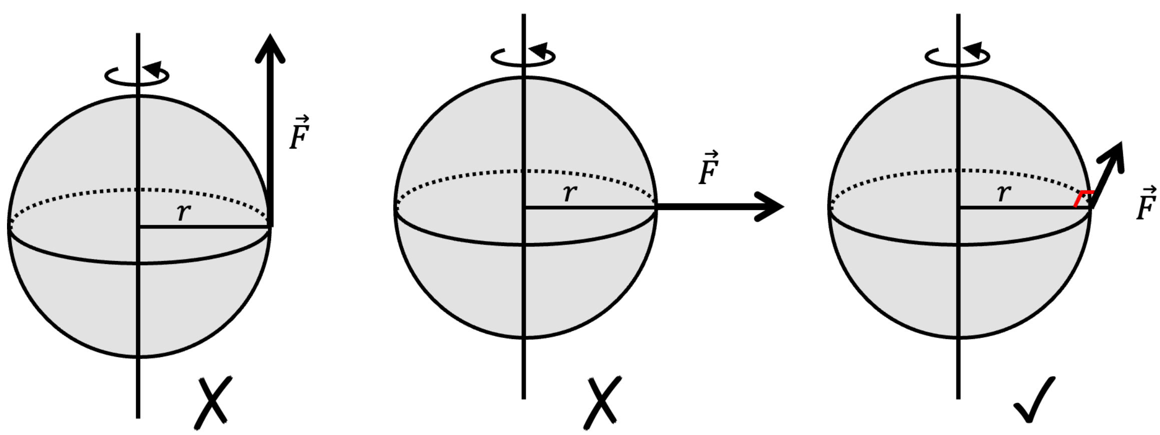
Vidimo, da je dinamična sila, ki jo v pasu čuti gasilec ob padcu $20\times$ večja od teže gasilca.

■

5. Navor, vzvod in škripec

5.1 Navor

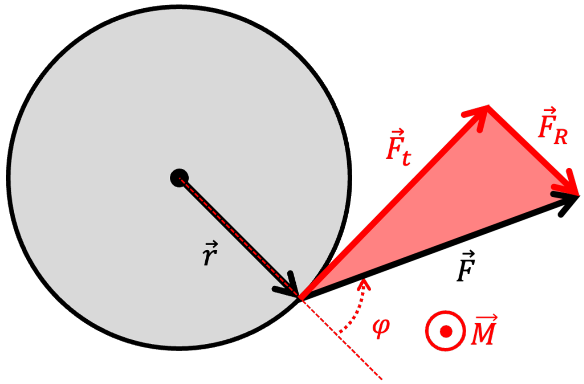
Imamo telo, ki se lahko vrti okrog izbrane osi, ki je vrtljivo vpeta. Zanima nas, kako sila vpliva na vrtenje telesa.



Vemo, da sila, ki je usmerjena vzdolž osi vrtenja ne vpliva na vrtenje telesa. Takšna sila lahko telo le vleče. To pomeni, da na vrtenje lahko vplivajo le sile, ki so pravokotne na os vrtenja. A hkrati vemo, da če sila deluje v radialni smeri, tudi ne bo vplivala na vrtenje telesa. Takšna sila samo zvija os vrtenja. **Od tod zaključimo, da na vrtenje najbolj vplivajo sile, si ko pravokotne na radij in pravokotne na os vrtenje - tangencialne sile.** To je smiselno, saj te sile po II. Newtonovem zakonu ustvarjajo tangentne pospeške, ki spreminjajo velikost kotne in obodne hitrosti.

Učinek sile na vrtenje pa je odvisen tudi od oddaljenosti prijemališča sile od osi vrtenja. Za splošno solo, ki deluje v ravnini, ki je pravokotna na os vrtenja, se izkaže, da je njen učinek na vrtenje enak produktu tangentne komponente sile in njene oddaljenosti od osi vrtenja. Ta produkt imenujemo **navor**. Navor je vektor, ki kaže v smeri osi vrtenja. Izračunamo ga z uporabo vektorskega produkta:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \, .$$



Smer delovanja navora določimo z uporabo pravila desne roke oziroma desnega vijaka. Če $\vec{r}$ kaže v smeri dlani, $\vec{F}$ v smeri prstov, potem $\vec{M}$ kaže v smeri palca!

Velikost navora pa izračunamo kot:

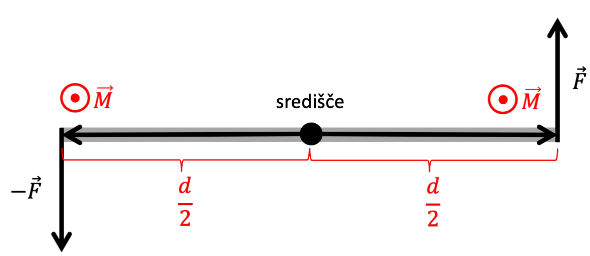
$$M = F_t \; r = F \; r \; \sin\phi \, ,$$

kjer je ϕ kot med smerjo sile in smerjo polmera. Če je sila pravokotna na radij - je tangentna, potem je $\phi = 90^\circ$ in $M = r\,F$.

Če na telo deluje več sil hkrati, potem poiščemo navor vsake sile posebej in nato izračunamo celote navor. Pri tem moramo upoštevati, da navor, ki kažejo v smeri vrtenja, vrtenje pospešujejo, tisti, ki pa kažejo v nasprotni smeri, pa vrtenje zavirajo. Če je vsota vseh navorov $M > 0$, potem se telo vrti pospešeno. Če pa je vsota vseh navorov $M < 0$, pa se telo vrti pojemajoče. Če je $M = 0$, pa pomeni, da sile ne vplivajo na vrtenje.

5.2 Mehansko ravovesje

Imejmo vzvod dolžine d na katerega na koncih delijeta enako veliki, a nasprotno usmerjeni sili F.



Rezultanta dvojice sil je $\vec{F}+(-\vec{F})=0$, kar pomeni, da sili ne moreta pospeševati prostora skozi prostor. A z izpolnitvijo tega pogoja v resnici še nismo v celoti dosegli mehanskega ravnovesja. Ker imata sili različni prijemališči oziroma sta razmaknjeni glede na izbrano os (npr. glede na središče palice), ustvarjata enako predznačena navora, ki se seštejeta v

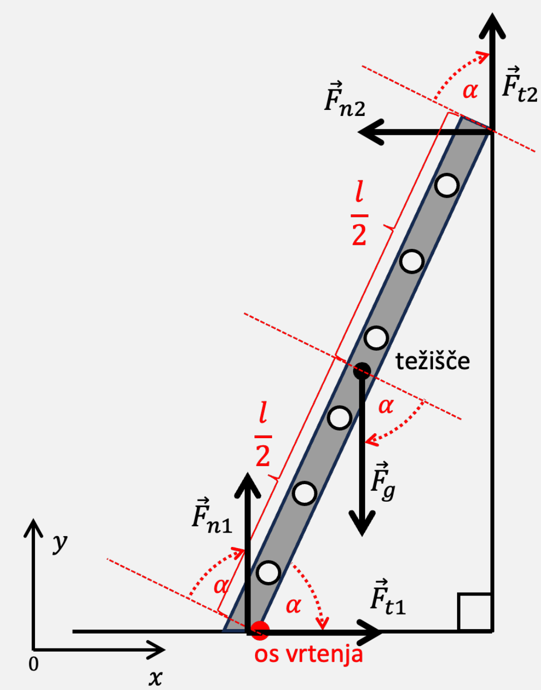
$$\sum_i M_i = M + M = \frac{d}{2}\,F + \frac{d}{2}\,F = F\,d > 0\,.$$

Ker je celoten navor na palico pozitiven, bo ta začela vedno hitreje krožiti in ne bo v mehanskem ravnovesju.

Da je telo v mehanskem ravnovesju, mora veljati, da sta vsota vseh sil, ki delujejo na telo in vsota vseh navorov, ki delujejo na telo enaka nič.

$$\sum_i \vec{F}_i = 0\,, \qquad \sum_i \vec{M}_i = 0\,.$$

Zgled 5.1 Določi minimalni kot lestve, ki je prislonjena na zid, da bo ta stala za različne podlage oziroma koeficiente lepenja.



Na lestev, ki je prislonjena na zid deluje več sil. Deluje sila teže $\vec{F}_g$, sile trenja med lestvijo in tlemi $\vec{F}_{t1}$ oziroma steno $\vec{F}_{t2}$, ter sili podlag $\vec{F}_{n1}$ in $\vec{F}_{n2}$, s katerima tla in stena postiskajo lestev stran od sebe Lestev bo stala, če bosta vsoti komponent sil v horizontalni in vertikalni smeri enake nič, ter če bo nič tudi vsota vseh navorov, ki delujejo na lestev.

Pri tem upoštevamo, da je os vrtenja lestev v točki, kjer se lestev dotika tal. Okrog te točke se bo lestev namreč zavrtela, če se bo prevrnila na tla. Dane pogoje z enačbami zapišemo kot:

$$F_{t1} - F_{n2} = F_{n1}\, k_l - F_{n2} = 0\,,$$

$$F_{n1} - F_g + F_{t2} = F_{n1} - m\, g + F_{n2}\, k_l = 0\,,$$

$$m\, g\, \frac{l}{2} \cos\alpha - F_{n2}\, l\, \sin\alpha - F_{n2}\, k_l\, l\, \cos\alpha = 0\,.$$

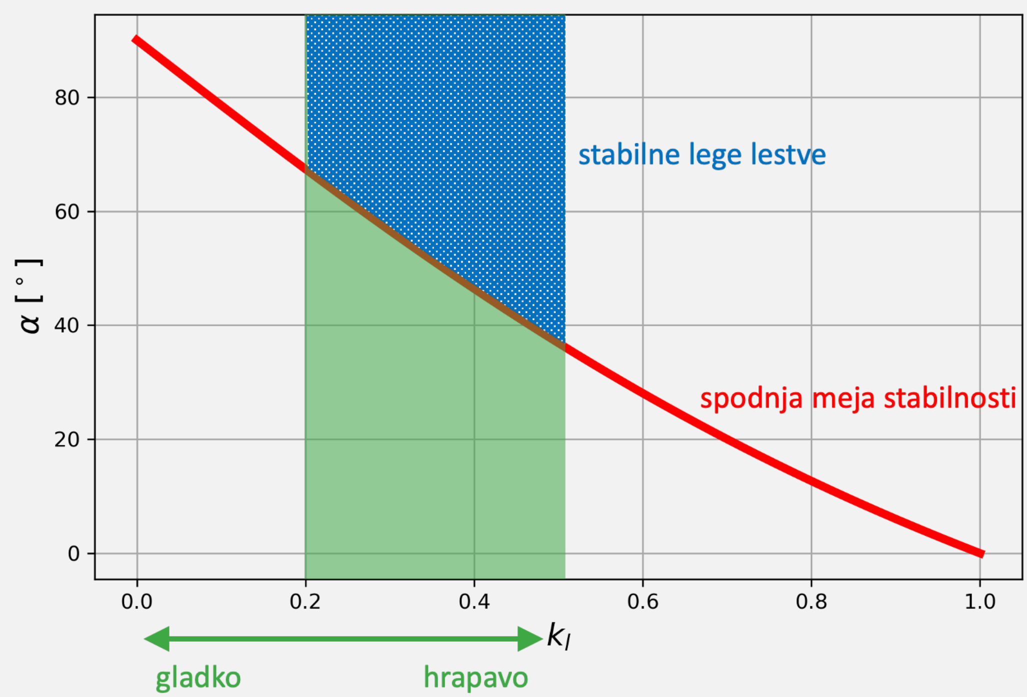
Iz prvih dveh enačb lahko izrazimo velikosti normalnih sil kot:

$$F_{n1} = \frac{m\, g}{1+k_l^2}\,, \qquad F_{n2} = \frac{kl\, m\, g}{1+k_l^2}\,.$$

Ko to upoštevamo v enačbi za navor, to delimo s $\cos\alpha$ in jo preuredimo, dobimo:

$$\tan\alpha = \frac{1-k_l^2}{2k_l} \qquad \text{oziroma} \qquad \alpha = \arctan\frac{1-k_l^2}{2k_l}\,.$$

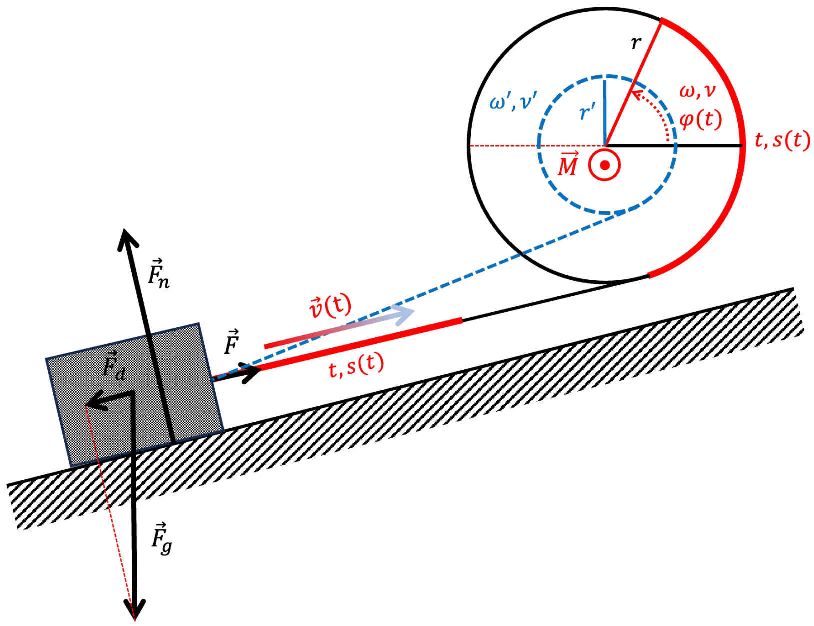
Rezultati so prikazani na spodnjem grafu, ki prikazuje minimalni stabilni kot v odvisnosti od koeficienta lepenja. Če upoštevamo, da so pričakovani koeficienti lepenja med 0.1 za mokro podlago in 0.5 za suho podlago, ugotovimo, da so minimalne stabilne lege lestve med 40° in 70°. Za univerzalno pravilo zamemo najbolj konzervativno oceno, torej $\alpha > 70°$.



■

5.3 Moč pri vrtenju

Vemo že, da je moč pri enakomernem gibanju enaka produktu sile, ki opravlja delo in hitrosti dibanja, $P = F \cdot v$. Sedaj si poglejmo, kako izražamo moč pri vrtenju, npr. moč elektromotorja, ki preko navijaka s polmerom r in jeklenice k sebi po klancu navzgor s vleče breme s hitrostjo v in silo F, ki je enaka dinamični komponenti sile teže F_g. V času t bo telo prepotovalo razdaljo $s(t)$, ravno toliko pa se bo navilo jeklenice na navijak.



Če še upoštevamo, da je dolžina navite jeklenice s hotno hitrostjo vrtenja ω mogoče izraziti kot $s(t) = \omega \cdot r \cdot t$, lahko zapišemo:

$$P = F \cdot v = F \cdot \frac{s(t)}{t} = F \cdot \frac{\omega \cdot r \cdot t}{t} = F \cdot r \cdot \omega.$$

Če produkt sile in polmera izrazimo kot navor, $M = r \cdot F$, in kotno hitrost izrazimo s frekvenco $\omega = 2\pi\nu$, dobimo

$$P = M \cdot \omega = 2\pi M \cdot \omega$$

Pri kroženju se moč izraža kot produkt navora in kotne hitrosti.

Sedaj pa si poglejmo, kaj se zgodi, če zmanjšamo polmer navijaka na $r' \leq r$, tako, da je moč konstantna oziroma, da se hitrost gibanja telesa po klancu in sila ne spremenita (sila je itak fikna in je določena z naklonom klanca). Ker smo zmanjšali polmer vijaka, sila pa je ostala ista, se je zmanjšal navor, s katerim telo preko navijaka deluje na os motorja. Ta je enak:

$$M' = r' \cdot F \leq M$$

Ker pa zahtevamo, da moč ostane nespremenjena, to pomeni, da se mora povečati frekvenca vrtenja motorja.

$$P = 2\pi \cdot F \cdot r \cdot \nu = 2\pi \cdot F \cdot r' \cdot \nu' \qquad \longrightarrow \qquad \nu' = \frac{M}{M'} \cdot \nu = \frac{r}{r'} \cdot \nu$$

Ta pojav opazimo, ko se peljemo s kolesom v klanec z velikim pogonskim zobnikom na pedalih. V strm klanec težko vrtimo ker naše mišice preko pedal ne morejo ustvariti dovolj velikega navora. Da bi si olajšali kolesarjenje, prestavimo na majši pogonski zobnik. S tem si zmanjšamo navor in obremenitev nog, a če želimo iti naprej z enako hitrostjo, moramo poganjati hitreje.

Povsem analogno je pri vožnji v klanec z gasilskim tovornjakom med prevozom pitne vode. Če zapeljemo v klanec z visoko prestavo so obrati motorja navadno nizki. Bolj kot je strm klanec, nižje padejo. Da bi preprečili, da motor ugasne, prestavimo v nižjo prespavo. S tem zmanjšamo navor, a pri dani hitrosti ohranimo moč, zato obrati v nižji prestavi narastejo.

5.4 Vzvod

Vzvod je preprosto orodje, ki ga uporabljamo za dvigovanje in premikanje bremen, saj si z njegovo uporabo lahko povečamo silo, s katero delujemo na neko telo oziroma zmanjšamo obremenitev gasilcev med dvigovanjem bremen. Je togo telo paličaste oblike, ki se lahko vrti okrog izbrane osi, ki je nanj pravokotna. P**oznamo tri vrste vzvodov: dvokraki vzvod, enokraki vzvod in pa kotni vzvod**.

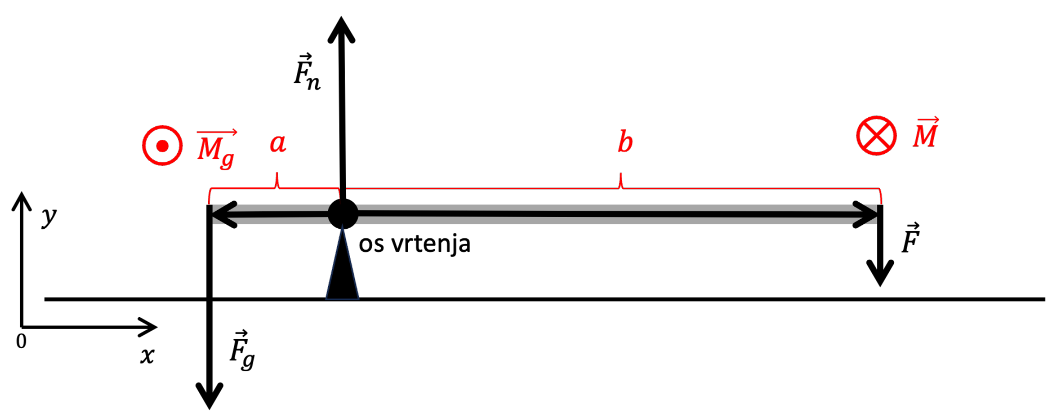
Na vzvod delujeta dve sili, teža bremena $\vec{F}_g$, ki moramo premagati, ter sila $\vec{F}$, s katero želimo to breme premagati. Ker tidve sili delujeta na različnih oddaljenostih a in b od točke vrtišča, v ravnovesju ustvarjata nasprotno enaka navora:

$$M_g = M\,.$$

$$a\,F_g = b\,F\,.$$

Če točko vrtišča in s tem razmerje med a in b premišljeno izberemo, potem je lahko sila F, ki jo moramo premagati precej manjša od sile teže bremena.

5.4.1 Dvokraki vzvod



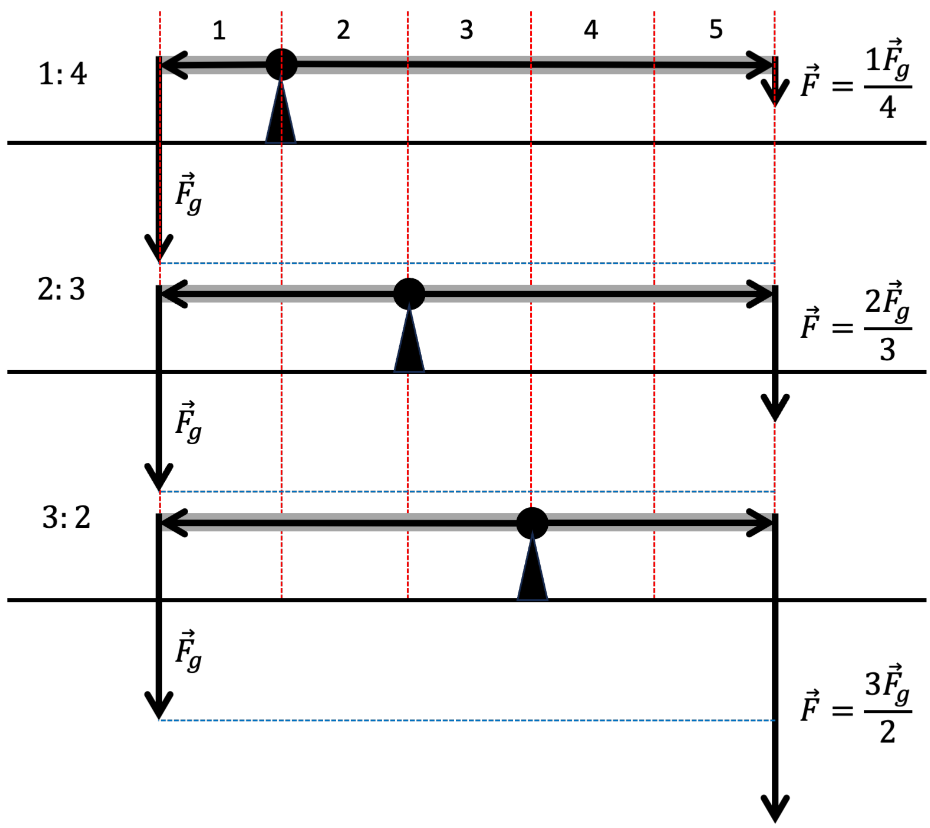
Pri dvokrakem vzvodu sili prijemljeta na nasprotnih straneh osišča. Sili ustvarjata nasprotna navora $\vec{M}_g$ in $\vec{M}$ in v ravnovesju velja:

$$F_g\, a = F\, b\,,$$

oziroma če izrazimo silo F:

$$F = F_g\, \frac{a}{b}\,.$$

Od tod vidimo, da dokler bo $a < b$ potem bo sila, s katero bomo dvigovali breme manjša od teže bremena. Kadar pa je $a > b$, pa bo sila večja - to se nam ne splača!



Pri dvigovanju bremen želimo da je točka vrtišča čim bližje bremenu. Če je $a \ll b$, potem je $F \ll F_g$. Moramo pa se zavedati, da v primeru, da je $a \ll b$ majhni dvigi bremen h_g, pomenijo zelo velike premike ročice h. Velja:

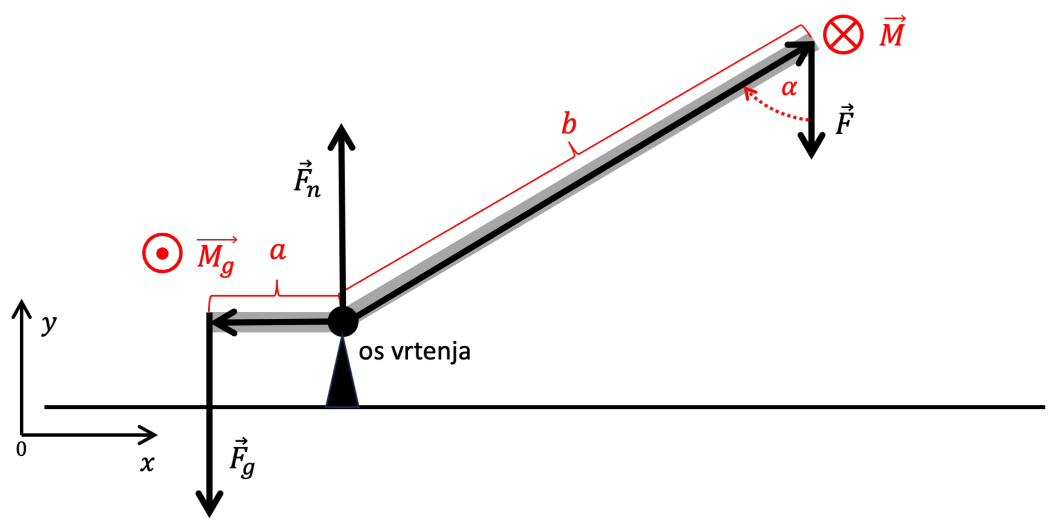
$$\frac{h}{h_g} = \frac{b}{a} \qquad \text{oziroma} \qquad h = h_g \frac{b}{a}\,.$$

Poleg ravnovesja navorov, morajo biti pri vzvodu v ravnovesju tudi sile. Ker ove sili na konceh vzvoda potiskata navzdol, to pomeni, da mora podlaga v osi vrtenja potiskati navzgor s silo:

$$F_n = F_g + F = F_g \left(1 + \frac{a}{b}\right)\,.$$

5.4.2 Kotni vzvod

Da bi imeli dovolj manevrskega prostora za daljše premike ročiče vzvoda, namesto ravnih vzvodov velikokrat raje uporabljamo kotne vzvode. Primera takšnih vzvodov sta lomilka ter lopata.



Podobno kot za raven vzvod lahko ob upoštevanju kota α, zapišemo ravnovesje navorov in enačbo kotnega vzvoda:

$$F_g\ a = F\ b\ \sin\alpha\,,$$

$$F = F_g \frac{a}{b \sin\alpha}\,.$$

Zgled 5.2 Z gasilsko lomilko z dolžino zašiljenega dela $a = 10\,\mathrm{cm}$ in dolžnino ročaja $b = 150\,\mathrm{cm}$ želimo dvigniti težko breme. Kako težko breme lahko največ vzdigne gasilec z maso $m = 90\,\mathrm{kg}$, če na konec lomilke deluje z vso svojo težo?

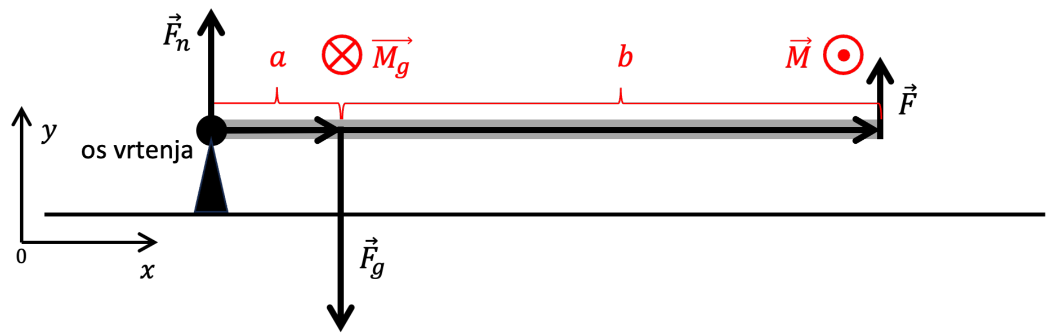
Če upoštevamo, da je sila, s katero deluje gasilec na vzvod s silo $F = m\,g = 900\,\mathrm{N}$, in upoštevamo enačbo za vzvod, izračunamo maksimalno silo bremena F_g kot:

$$F_g = \frac{b}{a}F = \frac{m\,g\,b}{a} = \frac{90\,\mathrm{kg}\;10\,\mathrm{m/s^2}\;150\,\mathrm{cm}}{10\,\mathrm{cm}} = 13500\,\mathrm{N}\,.$$

Ugotovili smo, da masa bremena lahko znaša največ 1350 kg. ■

5.4.3 Enokraki vzvod

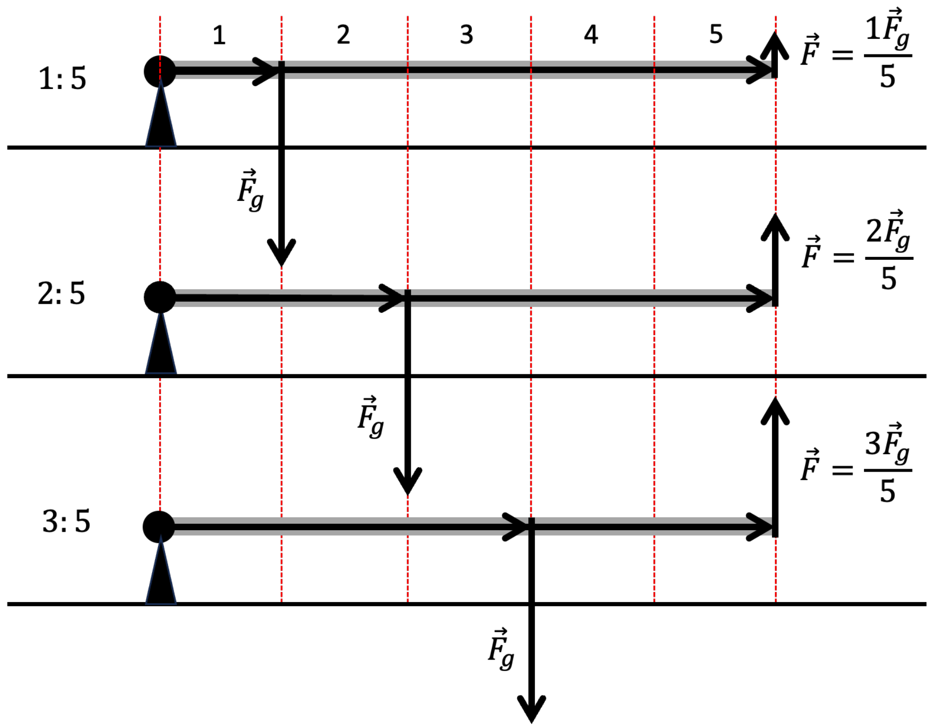
Pri enokrakem vzvodu sili prijemljeta na isti strani osišča a v različnih smereh. Če pri dvokrakem vzvodu tega potiskamo od sebe, moramo pri enokrakem vzovu za dvigovanje bremen tega vleči k sebi. Primera enokrakih vzvodov sta gasilska sekira in kramp, a tudi klešče za trenje orehov



V ravnovesju sta noavora $\vec{M}_g$ in $\vec{M}$ znova izenačena in velja:

$$F_g\, a = F\, b \qquad \text{oziroma} \qquad F = F_g \frac{a}{b}$$

Ponovno ugotovimo, da je sila, s katero moramo dvigovati breme odvisna od razdalje med prijemališčem in mestom kjer držimo vzvod, ter od razdalje med vrtiščem in mestom, kjer je vpeto breme. Bližje, kot je breme osi vrtenja, lažje ga bomo dvigovali. Sila, s katero podlaga v prijemališču drži vzvod na miru, pa je enaka $F_n = F_g - F$.

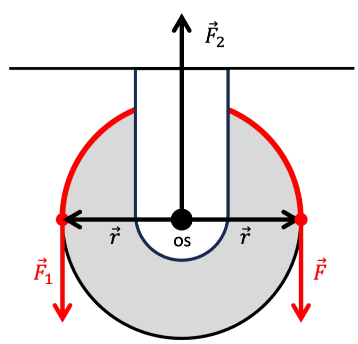


5.5 Škripec

V gasilski opremi škripec spada med pripomočke za vleko bremen z jeklenicami in vrvmi. Pri gasilskih posrdovanjih pride do situacij, da moramo (ali pa se to splača) za uspešno realizacijo premika ali dviga breme vlečno silo preusmeriti. Hkrati se lahko zgodi, da moramo obremenitve na vlečne naprave zmanjšati, če hočemo vleko sploh izvesti. **Za spreminjanje smeri vleke in za zmanjševanje sile vleka uporabljamo škripce.** Škripec je sestavljen iz krožne plošče z izrezanim utorom na robu (žlebom) po katerem poteka vrv oziroma jeklenica. Skozi sredino krožne plošče poteka os, ki je pritrjena na povezani vilici s kljuko.

5.5.1 Togo vpet škripec

Kadar je škripec pritrjen na fiksno točko, tako da se od škripca ne premika, govorimo o togo vpetem škripcu. Pri tako vpetem škripcu je en konec vrvi, ki je ovita okrog škripca, obremenjen s silo bremena F, drugi del, ki ga vlečemo, pa s silo F_1.



Če obe strani škripca primerjamo z vzvodom, upoštevamo, da sta ove ročici vzvoda enaka polmeru škripca r in še upoštevamo, da je v ravnovesju vsota vseh navorov za vrtenje okrog osi škripca enaka nič, dobimo zvezo:

$$F\ r = F_1\ r\,,$$

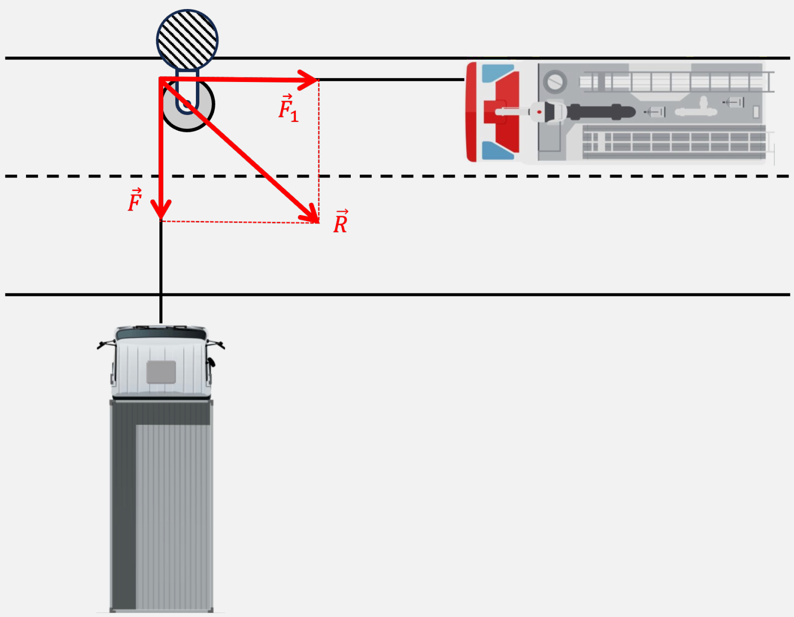
od koder sledi, da je

$$F_1 = F\,.$$

S tem smo ugotovili, da togo vpet škripec ne spreminja velikosti sile, spreminja pa njeno smer! Hkrati ravnovesje sil zahteva, da je sila, s katero škripec deluje na svoje pritrdišče enaka dvakratniku vlečne sile:

$$F_2 = F_1 + F = 2F$$

Zgled 5.3 Izveči želimo vozilo, ki je zapeljalo s ceste v pravokotni smeri glede na smer ceste. Izvek izvedemo z GVC-1, ki lahko stoji le vzdolž ceste, da nam daje ustrezno naletno zaščito ter da preprečimo da bi tudi gasilsko vozilo zdrselo s ceste. Da bi lahko preusmerili smer sile, uporabimo škripec, ki ga pripnemo na drevo, ki je ravno v pravem kotu med GVC-1 in poškodovanim vozilom. S kakšno silo moramo vleči vitel na GVC-1, če moramo za uspešno izvedbo vleke na poškodovano vozilo delovati s silo $F = 9000\,\mathrm{N}$? S kakšno silo deluje škripec na drevo?



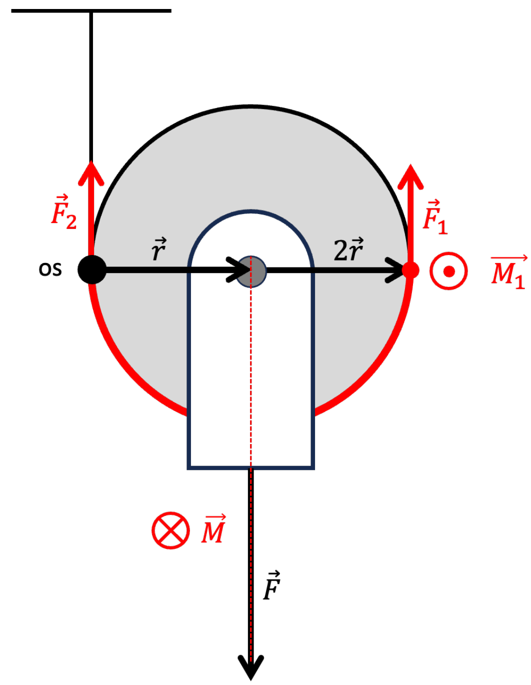
Ker uporabljamo togo vpet škripec, ta velikosti sile ne spremeni. Spremeni le njeno smer. Zato je sila, s katero vleče vitel na GVC-1 enaka $F_1 = F = 9000\,\mathrm{N}$. Sila, s katero škripec deluje na drevo pa je enaka rezultanti sil $\vec{F}$ in $\vec{F}_1$. Če privzamemo, da je med njima pravi kot, velikost rezultante izračunamo po Pitagorovem izreku:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F^2} = \sqrt{2}F = 12700\,\mathrm{N}\,.$$

■

5.5.2 Gibljivo vpet škripec

O gibljivo vpetem škripcu govorimo, ko je ta pritrjen neposredno na breme, en konec vlečne vrvi je pritrjen na vlečno napravo, drugi konec pa na fiksno točko.



Pri tako vpetem škripcu točka vrtišča ni več v osi škripca, pač pa v točki, kjer se fiksno vpeta vrv dotika škripca - okrog te točke se škripec vrti. Upoštevajoč ohranitev navorov in sil v ravnovesju, lahko zapišemo:

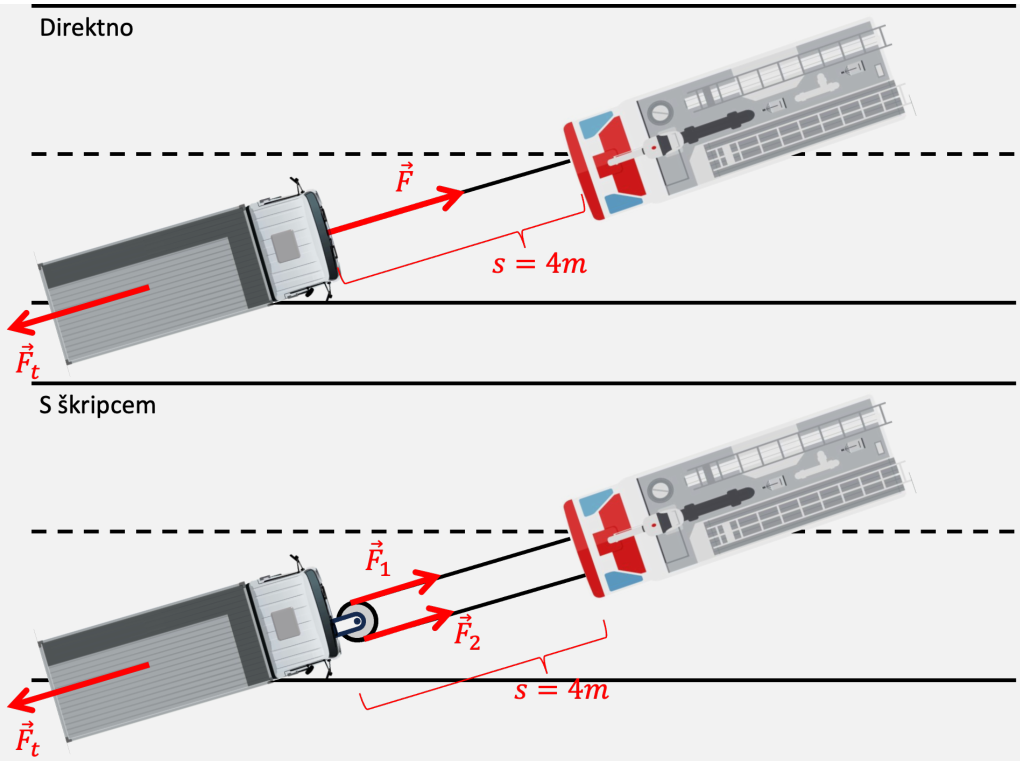
$$F_1 + F_2 - F = 0\,, \qquad F_2 \cdot 0 - F \cdot r + 2r \cdot F_1 = 0\,.$$

Od tod dobimo:

$$F_1 = \frac{F}{2} \qquad \text{in} \qquad F_2 = \frac{F}{2}\,.$$

Gibljivo vpet (ali premični) škripec potrebno vlečno silo zmanjša na polovico. To nam pride prav, ko je zmogljivost vlečne naprave manjša od potrebne vlečne sile. A to ne pride zastonj. Premični škripec omogoča prihranek pri potrebi sili, vendar vrv/jeklenica opravi dvakrat daljšo pot. Na to lahko sklepamo tudi iz zakona o ohranitvi energije. Pri premiku bremena bomo opravili delo $A = F \cdot s$. Če bomo vlekli s polovično silo, bo morala biti pot dvakrat daljša, da bo če vedno veljalo $A = \frac{F}{2} \cdot 2s = F \cdot s$. **Za dvig z givljivo vpetim škripcem potrebujemo 2x več vrvi oziroma jeklenice.**

Zgled 5.4 Tovorno vozilo je zapeljalo s ceste. Rešimo ga lahko z vlečno napravo na GVC-1 tako, da ga s silo $F = F_t = 2500\,\mathrm{N}$ vlečemo $s = 4\,\mathrm{m}$. S kolikšno silo bi mogli vleči, če bi uporabili gibljivo vpet škripec? Koliko metrov jeklenice moramo v tem primeru naviti?



Ker uporabljamo gibljivo vpet škrišec, je sila, s katero mora delovati vlečna naprava enaka $\frac{1}{2}$ potrebne vle;ne sile, torej

$$F_1 = \frac{1}{2}F = \frac{1}{2}F_t = 1250\,\mathrm{N}\,.$$

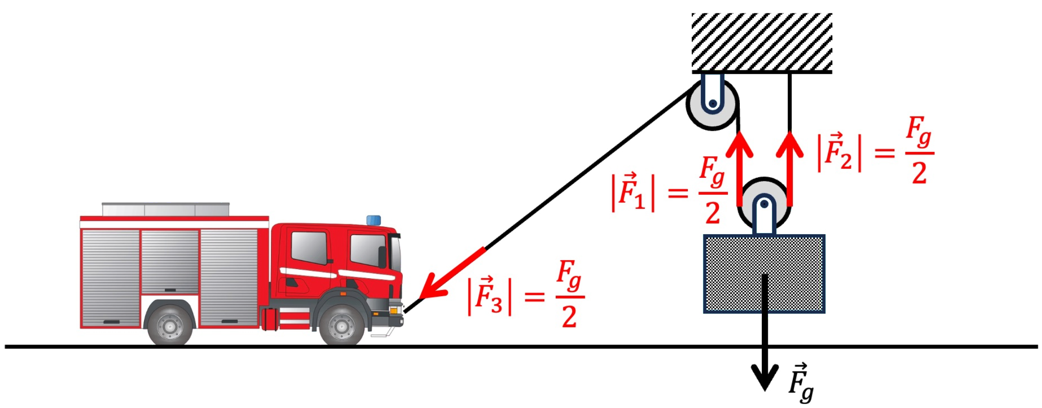
Ker potrebujemo za realizacijovleka z gibljivim škripcem $2x$ dolžino jeklenice, to pomeni, da momo za premagovanje razdalje $4\,\mathrm{m}$ morali naviti $2 \cdot 4\,\mathrm{m} = 8\,\mathrm{m}$ jeklenice.

Spodnje fotografije prikazujejo sile med direktno vleko bremena:

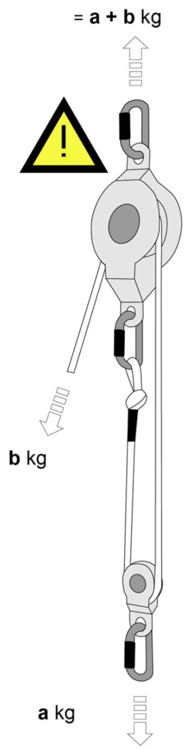

ter sile med vleko bremena preko dinamično vpetega škripca:

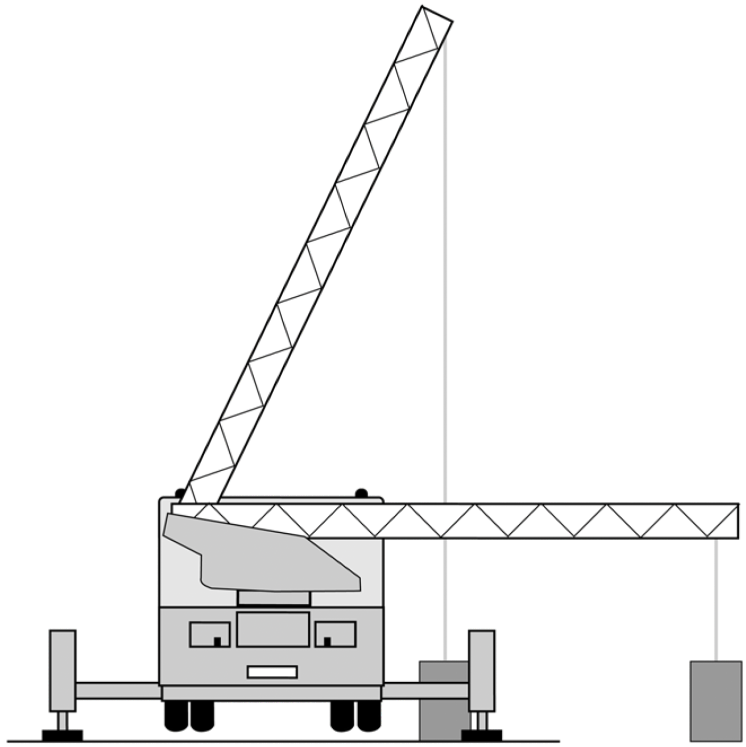
5.5.3 Škripčevje

Pri dvigovanju bremen pride do situacij, da moramo težka bremena dvigovati navzgor kar je zelo nepraktično. Podobno je pri reševnju voil, ki so zdrsela s ceste, kjer se zgodi, da fiksne točke in vlečne naprave ni mogoče namestiti na isti lokciji. Tedaj za uspešno ralizacijo naloge, premika oziroma dviga bremen uporabimo kombinacijo togo in gibljivo vpetega škripca - škripčevja. Z njim hkrati spremenimo smer in velikost potrebne vlečne sile.

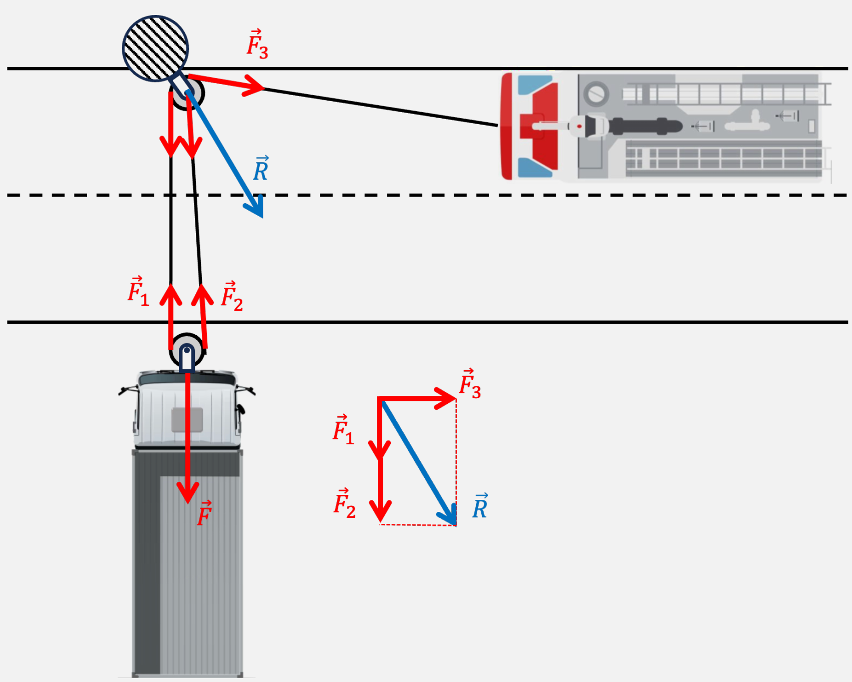


Z gibljivim škripcem si zmanjšamo silo, s katero moramo vleči breme za polovico, s togo vpetim šripcem pa si vlečno silo preusmerimo, tako da nam bremena ni potrebno vleči navzgor, pač pa ga lahko od spodaj vlečemo k sebi. Spodna skica prikazuje opisani sistem škripčevja, ki se uporablja pri dvigovanju bremen s pomočjo avtolestve.





Zgled 5.5 Z vlečno napravo na GVC-1 želimo izvleči vozilo, ki je zapeljalo s ceste. Da bi ga izvlekli, moramo nanj delovati najmanj s silo $F = 9000\,\mathrm{N}$. Za uspešno izvedbo naloge uporabimo škripčevje sestavljeno iz togo vpetega škripšca in gibljivega škripca ko prijazuje spodnja skica. S kakšno silo delike vitel na GVC-1?

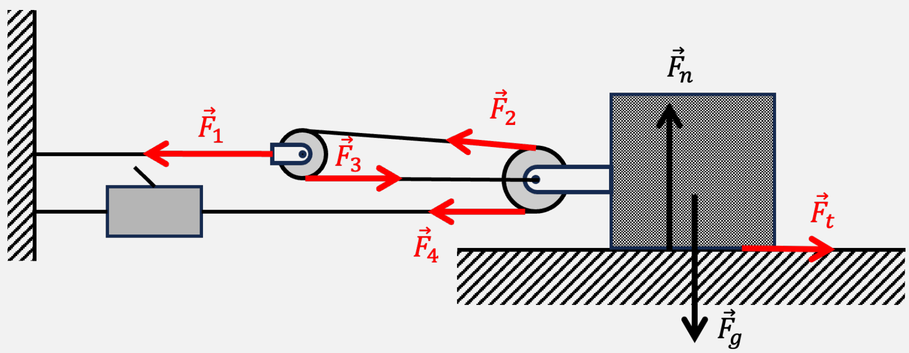


Pri reševanju naloge upoštevamo naslednja dejstva: Gibljivo vpet škripec potrebno silo razpolovi na polovico. Togo vpet škripec pa samo preusmeri smer vlečne sile. GVC-1 tako vleče kamijon k ssebi s silo $F_3 = F_1 = \frac{F}{2} = 4500\,\mathrm{N}$. Sila, s katero škripec deluje na točko vpetja pa ob privzetku, da je kot med jeklenicami 90° enak:

$$R = \sqrt{(F_1+F_2)^2+F_3^2} = \sqrt{F^2+\frac{1}{4}F^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}F = 10100\,\mathrm{N}\,.$$

■

Zgled 5.6 Vlečno napravo na žični poteg MZ16 z maksimalno silo vleka $F_{\max} = 16000\,\mathrm{N}$ uporabimo skupaj s škripčevjem in tremi jeklenicami uporabimo za premikanje bremena z maso $m = 6\,\mathrm{t}$ kot prikazuje slika. Izračunaj potrevbno vlečno silo, če je koeficient upora med bremenom in podlago $k_t = 0.6$! Izračunaj velikost sil v vseh jeklenicah.



Rešitev naloge nastavimo tako, da najprej iz mase telesa izračunamo sili teže in podlage. Velja $F_g = F_n = m\,g = 60000\,\mathrm{N}$. Od tod lahko sedaj določimo silo trenja med telesom in podlago, ki jo moramo med vleko premagovati:

$$F_t = k_t\,F_n = 0.6\;60000\,\mathrm{N} = 36000\,\mathrm{N} > F_{\max}\,.$$

Od tod hitro ugotovimo, da z dano napravo na žični poteg bremena ne bomo mogli povleči, saj je potrebna sila vleka večja od zmogljivosti vlečne naprave. Tako je edina možnost za vleko, uporaba prikazanega škripčevja. Glede na razporeditev obeh škripcev velja:

$$F_2 = F_3 = F_4 = \frac{1}{3}F_t = 12000\,\mathrm{N} < F_{\max}\,.$$

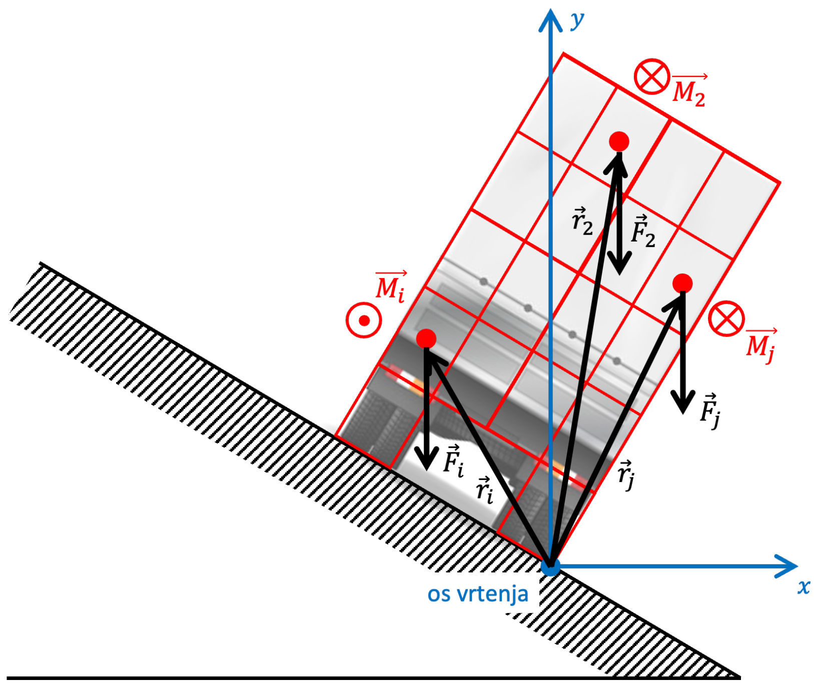
Sila v jeklenici, ki napenja togo vpet šripec pa je enaka:

$$F_1 = F_2 + F_3 = 24000\,\mathrm{N}\,.$$

■

5.6 Težišče

Zanima nas, kako se telo zavrti pod vplivom lastne teže oziroma kakšen navor ustvari teža telesa, ki ima maso porazdeljeno po določenem volumnu in se lahko vrti okrog izbrane osi.



V ta namen telo v mislih razdelimo na majhne koščke z masami $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_i, m_j, \ldots$. Masa celotnega telesa je enaka vsoti mas vseh koščkov. Na vsak košček deluje teža, ki ustvarja navor, ki je odvisen od lege koščka $\vec{r}_i$ relativno glede na os vrtenja. Kako se telo zavrti pod vplivom lastne teže, je odvisno od navorov tež vseh koščkov iz katerih je telo sestavljeno. Ker sile teže delujejo v vertikalni smeri, navori koščkov, ki si so desno od navpičnice vrtijo telo v smeri urinega kazalca, koščki, ki so levo od navpičnice pa v v nasprotni smeri. Če vsota vseh navorov (z ustreznimi predznaki) ni enaka nič, se bo telo prevrnilo: na desno, ce je celoten navor $M > 0$ in v levo, če je celoten navor $M < 0$.

Celoten navor, oziroma vsota vseh navorov teže, ki delujejo na telo lahko zapišemo kot:

$$\begin{aligned}
\vec{M} &= \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \cdots + \vec{M}_i + \vec{M}_j + \cdots = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \ldots \\
&= \vec{r}_1 \times m_1 \vec{g} + \vec{r}_2 \times m_2 \vec{g} + \vec{r}_3 \times m_3 \vec{g} + \cdots = (\vec{r}_1\, m_1 + \vec{r}_2\, m_2 + \vec{r}_3\, m_3 + \ldots) \times \vec{g} \\
&= \frac{\vec{r}_1\, m_1 + \vec{r}_2\, m_2 + \vec{r}_3\, m_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots} \times m\vec{g} = \vec{r}_T \times m\vec{g}\,.
\end{aligned}$$

Pri tem smo vpeljali vektor težiška oziroma **težišče**, ki je posebna namišljena točka telesa in jo izračunamo kot:

$$\vec{r}_T = \frac{\vec{r}_1\, m_1 + \vec{r}_2\, m_2 + \vec{r}_3\, m_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots}\,.$$

Ugotovimo, da je celoten navor teže telesa $\vec{M}$ ekvivalenten navoru, ko celotna teža telesa zbrana težišču telesa. Telo se pod vplivom lastne teže zavrti tako, kot bi se telo, ki bi imelo vso svojo težo zbrano v težišču:

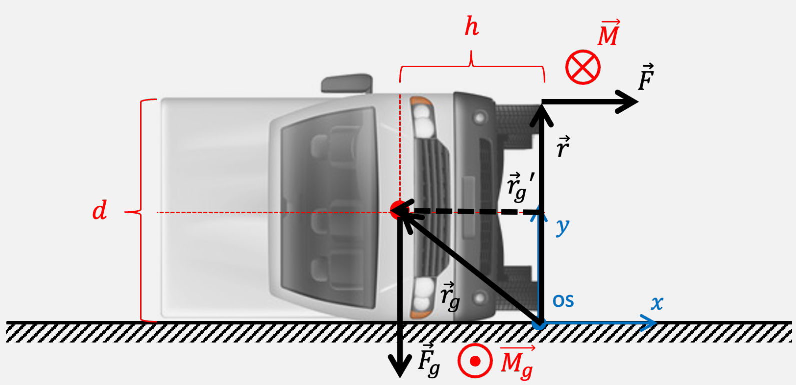
$$\vec{M} = \vec{r}_t \times m\,\vec{g}\,.$$

Če je težišče točno na navšičnici skozi težišče, potem je $\vec{M} = 0$, saj sta vektor težišča $\vec{r}_T$ in $\vec{F}_g$ vzporedni.

Telo se pod vplivom lastne teže e zavrti, če je podprto v težišču, ali če je težišče na navšičnici skozi pritrdišče.

Če iščemo težišče telesa, ki je sestavljeno iz večih teles, najprej poiščemo težišča posameznih delov telesa in zveremo v njih teže posameznih delov, ten rato določimo njihovo skupno težišče.

Zgled 5.7 Tovorno vozilo z maso $m = 8\,\mathrm{t}$ in širino $d = 2.5\,\mathrm{m}$, ki ima težišče $h = 1\,\mathrm{m}$ nad tlemi, se je prevrnilo na bok. S kolikšno silomoramo povleči jeklenico, ki je pritrjena za zgornje kolo, v horizontalni smeri, da bi vozilo postavili nazaj na kolesa.



Med dvigovanjem bomo tovorno vozilo vrteli okrog točke (osi), kjer se spodnje kolo dotika tal. Da bi vozilo uspešno dvignili, mora biti navor, ki ga ustvarja sila jeklenice enak ali večji od navora, ki ga ustvarja sila teže:

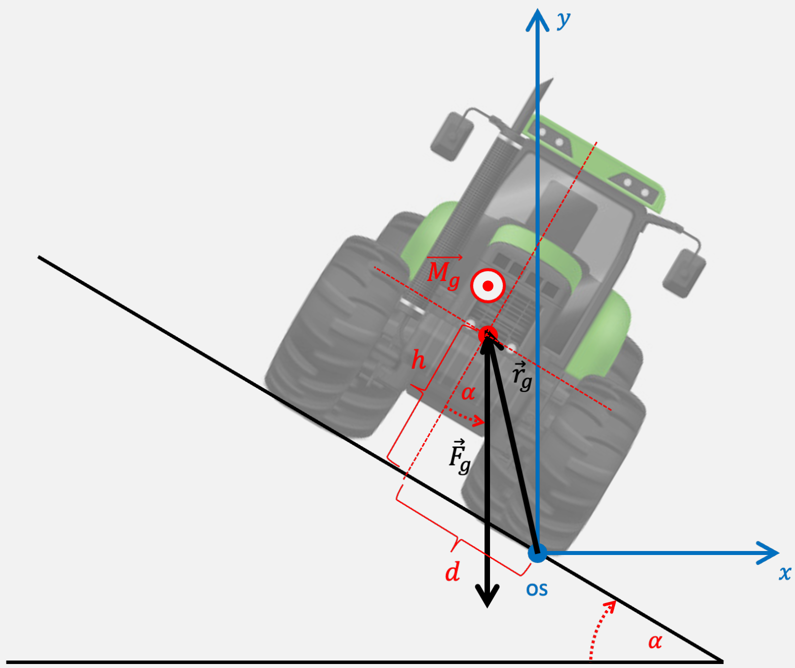
$$M_g = M \qquad \text{oziroma} \qquad m\,g\,h = F\,d\,,$$

od koder lahko izračunamo

$$F = \frac{m\,g\,h}{d} = \frac{8000\,\mathrm{kg}\;10\,\mathrm{m/s^2}\;1\,\mathrm{m}}{2.5\,\mathrm{m}} = 32000\,\mathrm{N}\,.$$

■

Zgled 5.8 Traktor, ki im težišče $h = 2\,\mathrm{m}$ nad tlemi se vozi pravokotno na klanec z naklonom α. Določi maksimalni kot klanca, pri katerem se traktor še ne bo prevrnil. Širina traktorja je $d = 2.5\,\mathrm{m}$.



Traktor bo stabilen na klancu dokler bo težišče na levi strani vertikalne (y) osi, ki prebada osišče oziroma dokler bo v danem koordinatnem sistemu navor teže pozitiven. Če upoštevamo, da sila teže kaže vzdolž osi in zato posledično k navoru teže prispeva le x-komponenta vektorja lege težišča $\vec{r}_g$, lahko navor zapišemo kot:

$$M = -F_g \left(-\frac{d}{2} \cos\alpha + h \sin\alpha \right) = F_g \left(\frac{d}{2} \cos\alpha - h \sin\alpha \right) \geq 0\,.$$

Robni pogoj, pri katerem se bo traktor prevrnil se potem glasi:

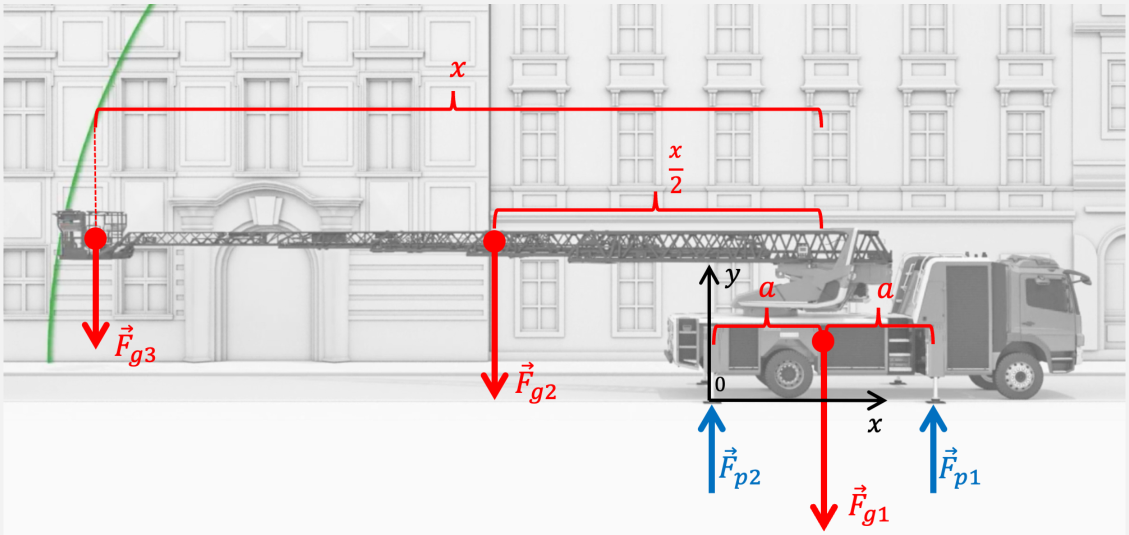
$$\frac{d}{2} \cos\alpha = h \sin\alpha \qquad \text{oziroma} \qquad \tan\alpha = \frac{d}{2h}\,,$$

od koder izračunamo robni kot α kot:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{d}{2h}\right) = \arctan\left(\frac{2.5\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{m}}\right) = 32^\circ\,.$$

Iz zadnjega izraza naloge lahko preberemo pomembno sporočilo, da nižje kot bo težišče h, večja je lahko strmina klana, po katerem se lahko vozijo vozila. ■

Zgled 5.9 Osnovni del gasilskega vozila ALK-32 tehta $m_1 = 12500\,\mathrm{kg}$, pripadajoča raztegljiva lestev pa $m_2 = 2500\,\mathrm{kg}$. Za koliko se lahko največ raztegne lestev v vodoravni smeri, če mora biti v podpornih vretenik, ki so od sredine vozila oddaljena $a = 2.425\,\mathrm{m}$, sila najmanj $F_p = 5000\,\mathrm{N}$. Za koliko se zmanjša maksimalčni razteg, če je košara lestve obremenjena z maso $m_3 = 500\,\mathrm{kg}$?



Maksimalen razteg prazne lestve x izračunamo tako, da ovrednotimo in izenačimo navore, ki poskušajo zavrteti lestev okrog zadnjih podpornih vreten. Velja:

$$a \cdot F_{g1} = 2\,a\,F_p + \left(\frac{x}{2} - a\right)\,F_{g2}$$

Če še upoštevamo, da sta $F_{g1} = m_1\,g$ in $F_{g2} = m_2\,g$, lahko razteg izrazimo kot:

$$x = 2\left(\frac{a\,m_1\,g - 2a\,F_p}{m_2\,g} + a\right) = 27.16\,\mathrm{m}\,.$$

Če je lestev dodatno obremenjena, potem ima izraz a navor dodaten člen:

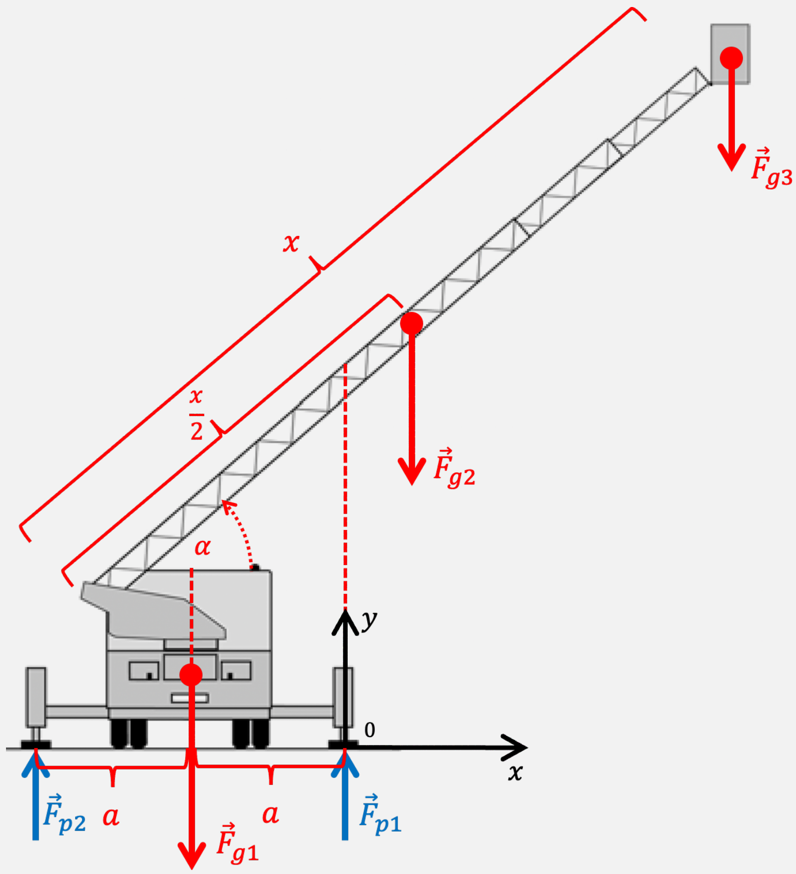
$$a \cdot F_{g1} = 2\,a\,F_p + \left(\frac{x'}{2} - a\right)\,m_2\,g + (x' - a)\,m_3\,g\,,$$

od koder nov maksimalen razteg x' izracunamo kot:

$$x' = \frac{a\,m_1\,g - 2\,a\,F_p + a\,m_2\,g + a\,m_3\,g}{\frac{m_2\,g}{2} + m_3\,g} = 20.1\,\mathrm{m}\,.$$

■

Zgled 5.10 Osnovni del gasilskega vozila ALK-32 tehta $m_1 = 12500\,\mathrm{kg}$, pripadajoča raztegljiva lestev pa $m_2 = 2500\,\mathrm{kg}$. Lestev je raztegnjena za $x = 28\,\mathrm{m}$ pod kotom $\alpha = 60^\circ$ glede na vodoravnico. Kolikšna je lahko največ obremenitev košare, če mora biti v podpornih vretenih, ki so od sredina vozila zmaknjena za $a = 2.245\,\mathrm{m}$, sila najmanj $F_p = 5000\,\mathrm{N}$.



Da bi rešili nalogo izenačimo navore sil teže in podlage, ki delujejo na lestev. Upoštevajoč skico, lahko zapišemo:

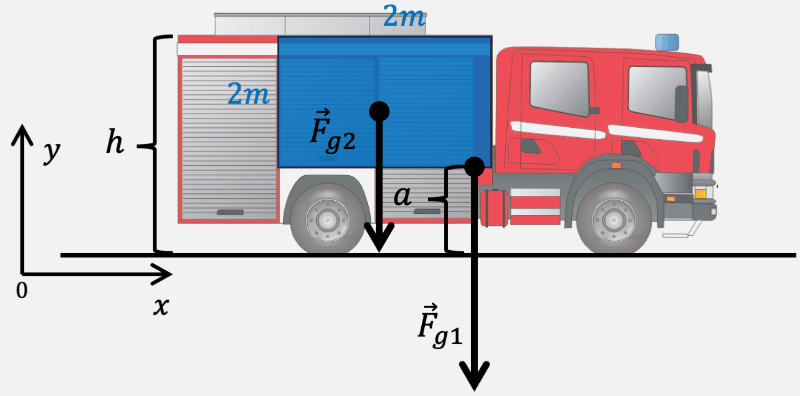
$$F_{g1} \cdot a = F_p \cdot 2a + \left(\frac{x}{2} \cdot \cos\alpha - a\right) \cdot F_{g2} + (x \cdot \cos\alpha - a) \cdot F_{g3}\,,$$

od koder izrazimo silo teže tovora v košari F_{g3} kot:

$$F_{g3} = \frac{m_1\, g\, a - \left(\frac{x}{2} \cdot \cos\alpha - a\right)\, m_2\, g - F_p\, 2a}{(x \cdot \cos\alpha - a)} = 14211\,\mathrm{N}$$

Ugotovili smo, da je lahko največja teortična obtežba košare 1421 kg. ■

Zgled 5.11 Prazno gasilsko vozilo GVC-1 z maso $m = 13\,\mathrm{t}$ ima težišče med osema koles, $x_1 = 1.5\,\mathrm{m}$ nad tlemi. Za koliko se dvigne težišče vozila, ko nmu napolnimo rezervar z vodo dimenzij $2\,\mathrm{m} \times 0.75\,\mathrm{m} \times 2\,\mathrm{m}$, ki se nahaja tik pod vrhom vozila z višino $h = 4\,\mathrm{m}$?



Zanima nas y komponenta težišča polnega GVC-1, ki jo izračunamo iz težišč praznega vozila in težišča rezervarja:

$$y_T = \frac{a\, m_1 + b\, m_2}{m_1 + m_2}.$$

Upoštevajmo, da je težišče rezervarja na polovični višini rzervarja, torej $3\,\mathrm{m}$ nad tlemi:

$$b = 4\,\mathrm{m} - 1\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{m}\,.$$

Izračunati moramo še maso polnega rezervarja. Upoštevamo, da je gostota vode $\rho = 1000\,\mathrm{kg}/m^3$ in dobimo:

$$m_2 = \rho \cdot V = \rho\ 2\,\mathrm{m} \cdot 0.75\,\mathrm{m} \cdot 2\,\mathrm{m} = 3000\,\mathrm{kg}\,.$$

Od tod ugotovimo, da je lega težišča enaka:

$$y_T = \frac{13000\,\mathrm{kg} \cdot 1.5\,\mathrm{m} + 3000\,\mathrm{kg} \cdot 3\,\mathrm{m}}{16000\,\mathrm{kg}} = 1.78\,\mathrm{m}\,.$$

Z računom smo ugotovili, da se je težišče GVC-1 dvignilo za $\Delta y = y_T - a = 28\,\mathrm{cm}\,.$ ■

6. Tlak in deformacije teles

Če na telo delujemo z dvojico sil, ki kažeta v nasprotnih smereh, potem se telo ne začne gibati, se pa lahko deformira. Če sili delujeta druga proti drugi, potem se telo skrči, je pa delujeta ena stan na drugi pa se razteza.

6.1 Tlak

Velikost deformacije telesa pa ni odvisna le od velikosti sile, pač pa tudi od ploske, na katero sila deluje v pravokotni smeri. Z namenom, da bi to čim lažje upoštevali, vpeljemo **tlak sile** p **kot količnik prečne sile** F **in ploskve** S **na katero ta sila deluje**:

$$p = \frac{F}{S}.$$

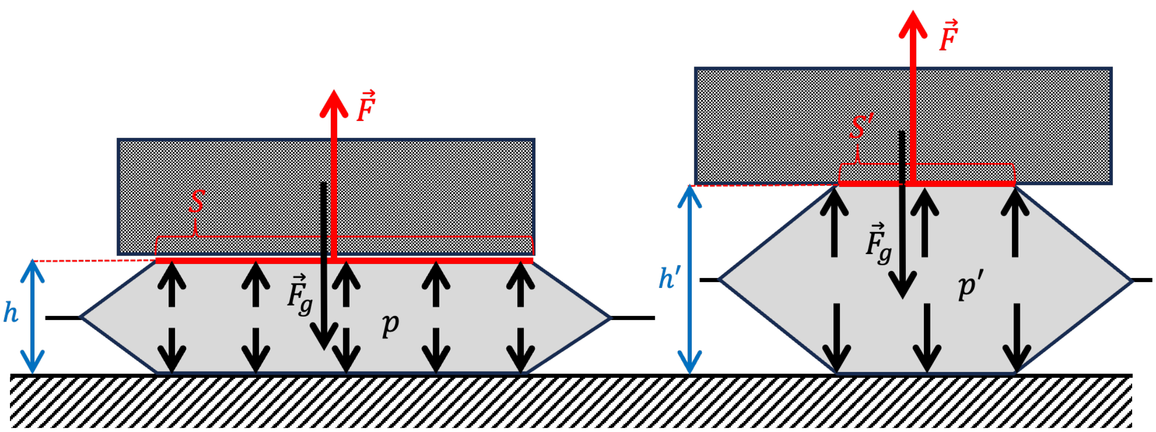
Merska enota za tlak je $1\frac{N}{m^2} = 1\,\mathrm{Pa}$("Pascal"). **Tlak nam pove, kolikšen del sile učinkuje na enoto površine.**

Zgled 6.1 Izračunaj tlak, ki ga s svojo težo pod svojimi nogami ustvarja gasilec z maso $m = 90\,\mathrm{kg}$, če je skupna površina njegovih stopal $90\,\mathrm{cm}^2$:

$$p = \frac{F_g}{S} = \frac{m\,g}{S} = \frac{90\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{m/s^2}}{9\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2} = 1\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{bar}\,.$$

6.1.1 Tlačne dvižne blazine

Sila F, ki pritiska na določeno površino S, pod njo ustvarja tlak p. A na zvezo med tlakom in silo lahko gledamo tudi v obratni smeri. Če pod površino S uspemo ustvariti tlak p, potem lahko z njim preko površine ustvarjamo silo. To izkoriščamo pri visokotlačnih dvižnih blazinah, ki jih uporabljamo za dvigovanje bremen. V njih z zrakom iz tlačmnih posod ustvarjamo nadtlak ki ploskih delih blazin obteženih z bremeni, ustvarja silo, ki nasprotuje sili teže bremena.



Sila, ki jo uspemo ustvariti, z blazino s površino S v kateri je zrak pod tlakom p je enaka:

$$F = p\cdot S$$

Če želimo, da bo dvig uspešen, potem mora biti sila blazine večja od sile teže bremena ($F \geq F_g$). Pri dvigovanju moramo pa upoštevati, da je učinek blazine največji, če je celotna površina blazine pokriva površino bremena, ki ga dvigujemo, Če je površina predmeta $S_{[\mathrm{breme}]}$ manjša od povšine blazine, potem bo njen učinek manjši:

$$F_{\mathrm{breme}} = p\cdot S_{\mathrm{breme}} \qquad \leq \qquad F = p\cdot S\,.$$

Temu se ognemo tako, da med blazino in breme podložimo trdne podklade, ki bodo navidezno povečale površino predmeta. Hkrati moramo paziti tudi na to, da se z napihovanjem blazine, efektivna površina S', s katero se blazina dotika bremena manjša ($S' < S$). To pomeni, da je učinek močno raztegnjene blazine manjši od nominalnega učinka (zmerno raztegnjene) blazine.

$$F' = p\cdot S' \qquad \leq \qquad F = p\cdot S\,.$$

Tej težavi se ognemo tako, da s trakovi združujemo več blazin hkrati.

Zgled 6.2 Dvižne blazine s ploskim dvigom Sava SFB-K 20/17, ki delujejo pri tlakih do 8 bar, imajo nominalno velikost ravne površine $S = 72 \times 72\,\mathrm{cm}^2$. Ravna površina pri maksimalnem dvigu pa znaša $S' = 47 \times 47\,\mathrm{cm}^2$. Izračunaj maksimalno dvižno kapaciteto ter maksimalno dvižno kapaciteto pri maksimalni višini dviga.

Ko je dvig bremena uspešen, sta sila teže bremena in sila, ki jo v nasprotni smeri ustvarja blazina v ravnovesju:

$$F_g = m \cdot g = p \cdot S\,.$$

Od tod lahko kapaciteto dviga (v enotah mase), izrazimo kot:

$$m = \frac{p \cdot S}{g}\,..$$

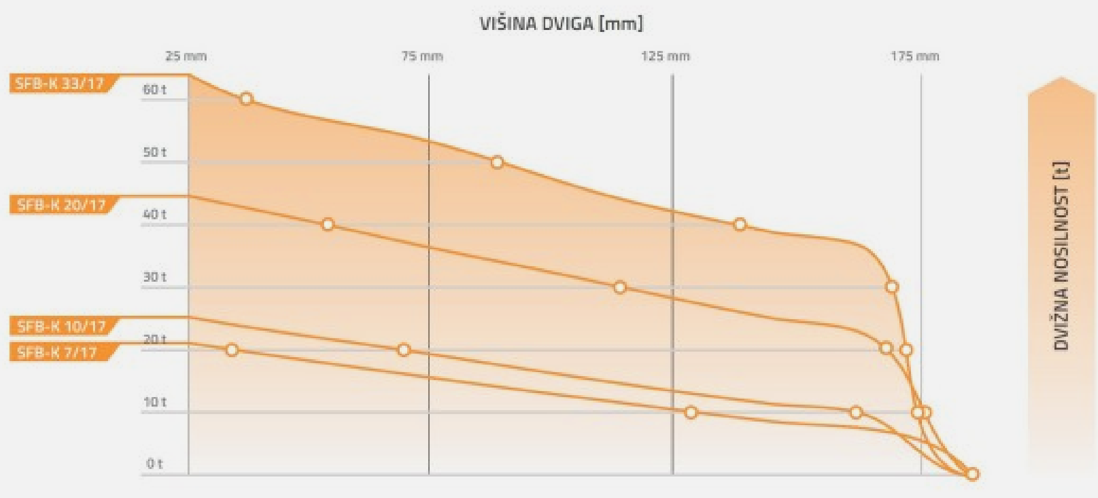
V primeru, ko je blazina zmerno raztegnjena, je njena ravna površina enaka $S = 0.52\,\mathrm{m}^2$. Od tod dobimo, da je maksimalna kapaciteta dviga:

$$m_{\text{nom.}} = \frac{8 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 0.52\,\mathrm{m}^2}{10\,\mathrm{m/s}^2} = 41.3\,\mathrm{t}$$

Ko pa je blazina maksimalno raztegnjena, pa je njena ravna površina enaka $S = 0.22\,\mathrm{m}^2$, pripadajoča kapaciteta dviga pa:

$$m_{\text{max}} = \frac{8 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot 0.22\,\text{m}^2}{10\,\text{m/s}^2} = 17.6\,\text{t}$$

Izračunane kapacitete se ujemajo s vrednostmi iz specifikacije dane dvižne blazine:



6.2 Natezna napetost

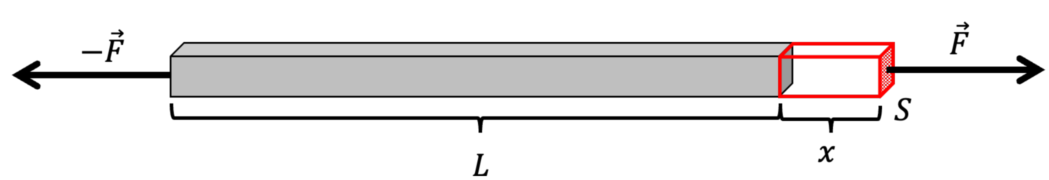
Kadar s silo delujemo na snov, potem v materialih ustvarjamo napetosti. Če je sila usperjena pravokotno v ploskev materiala, potem ta povzroča tlak, ki vodi v skrčenje materiala. Tedaj govorimo o tlačni napetosti. Kadar pa sila deluje pravokotno ven iz ploskve, to vodi do raztezka materiala. Tedaj namesto o tlaku govorimo rajoe od natezni napetosti σ:

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Natezna napetost ima enako enopto kot tlak in je posledica deformacij v notranji (kristalni) strukturi materiala, ki so rezultat zunanjih obremenitev.

6.3 Hookov zakon

Imejmo podolgovato telo z dolžino l in prečnim prerezom S. Če nanj delujemo s silo F, se ta raztegne za x. Kvocient raztezka x in prvotne dolžine l imenujemo relativni raztezek, $\varepsilon = x/l$ telesa.



Izkaže se, da je v primeru majhnih sil in raztezkov relativni raztezek premosorazmeren natezni napetosti:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad \text{oziroma} \qquad \frac{F}{S} = E \cdot \frac{x}{l}\,.$$

Ta empirična linearna zveza med σ in ε inemujemo **Hookov zakon**. Sorazmernostni faktor E se imenuje prožnostni ali Youngov modul snovi. E opisuje togost materiala in je merilo za to, kako ta odreagira na natezne ali tlačne sile. Vrednosti se lahko razlikujejo glede na sestavo materiala in proizvodni proces. Gume, ki so zelo prožne imajo majhne Youngove module. Jekla, ki so bolj toga, pa imajo visoke. Glej tabelo 6.1.

Material	**Modul elastičnosti (E)** [GPa]
Jeklo	200
Aluminij	69
Baker	110
Medenina	100
Les (smreka)	10–14
Beton	20–40
Polietilen (PE)	0.2–0.4
Guma (naravna)	0.01–0.1
Steklo	50–90
Titan	116
Ogljikova vlakna (kompozit)	70–200

Table 6.1: Modul elastičnosti za različne materiale

Zgled 6.3 Za koliko se raztegne $l = 10\,\mathrm{m}$ dolga jeklenica s premerom $d = 10\,\mathrm{mm}$, če jo obremenimo s silo $100\,\mathrm{kN}$ ($10\,\mathrm{t}$).

Če upoštevamo, da je prožnostni modul za jeklo $E = 200\,\mathrm{GPa}$, in da je presek jeklenice enak $S = \frac{\pi d^2}{4} = 7.9 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$, lahko izračunamo:

$$x = \frac{F}{S} \cdot \frac{l}{E} = \frac{100\,\mathrm{kN}}{7.9 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2} \cdot \frac{10\,\mathrm{m}}{200\,\mathrm{GPa}} = 6.4\,\mathrm{cm}\,.$$

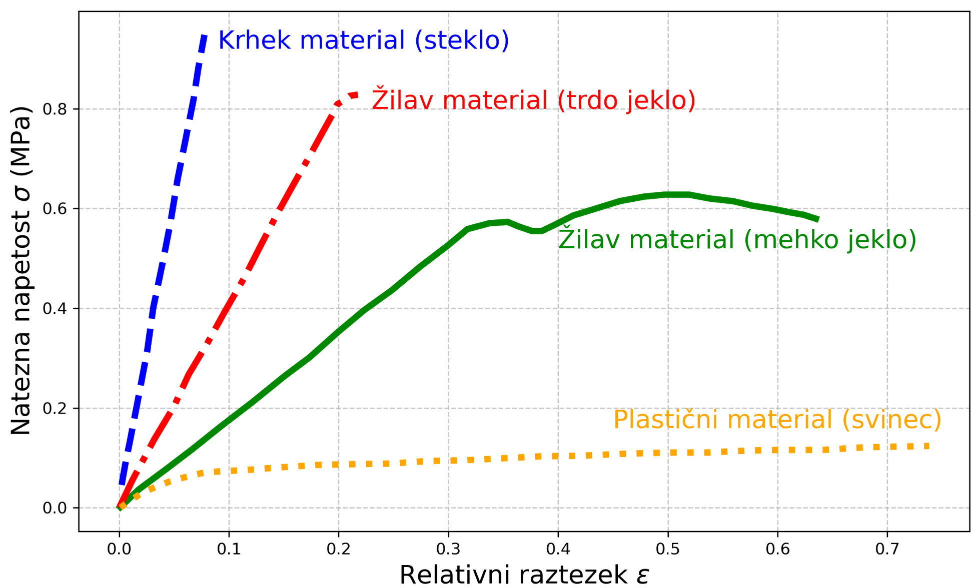
■

6.4 Nelinearni odziv materialov

Pri večjih relativnih raztezkih zveza med σ in ε ni več linearna. Natezna napetost se z večanjem relativnega raztezka povečuje počasneje kot ga predvideva Hookov zakon. Natezna napetost se lahko celo zmanjša. Pri velikih raztezkih se žica v prečni smeri skrči, zaradi česar se deformacijski učinek sile poveča. Temu rečemo območje plastičnosti, saj se tako deformirana žica po razbremenitvi ne vrne več v prvotno obliko. Pri zelo velikih napetostih pa se bo žica strgala. Tej majhni napetosti rečemo **meja natezne trdnosti**.

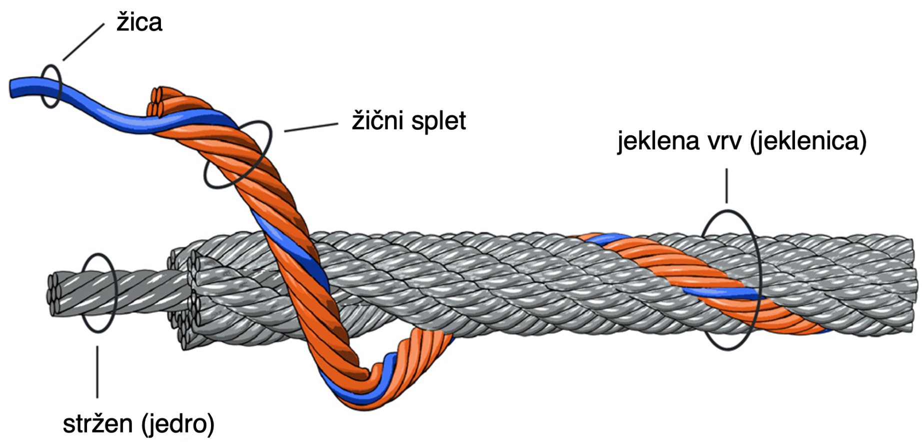
V splošnem je potek raztezanja v odvisnosti od napetosti za različne materiale različen in zanje značilen:

- **Žilavi materiali** se po začetnem linearnem raztezku do pretga raztezajo zelo plastično. Primera takšnik materialov sta jeklo in baker.
- **Krhki materiali** se po začetnem elastičnem raztezku pretrgajo skoraj brez plastičnega raztezanja. Primer takšnega materiala je siva litina oziroma lito železo.
- **Plastični materiali** se samo neznantno elastično raztezajo. Primer takšnega materiala je svinec.

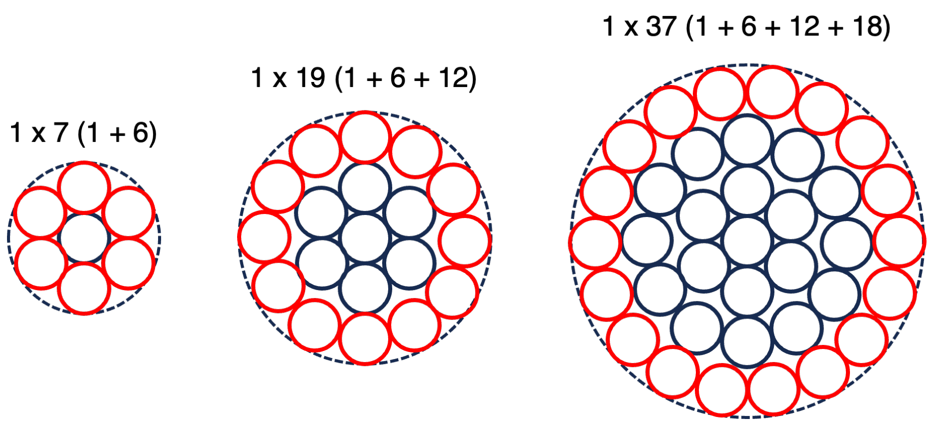


6.5 Jeklene vrvi (jeklenice)

Jeklena vrv je sestavljena iz dveh ali več kovinskih žic, ki so zvite v spiralo in tvorijo sestavljeno strukturo, ki ima obliko pletene vrvi. Poznamo več vrst jeklenih vrvi oziroma jeklenic. V grobem jih ločimo na vrvi brez stržena in na vrvi s strženom.

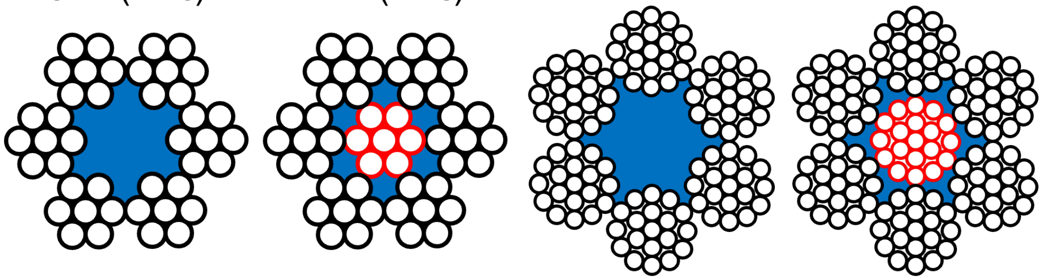


Jeklene vrvi brez stržena so spletene iz različnega števila žic z enakim premerom, ki so ovite okrog osrednje žice v različnih redih.



- Pri jeklenici **1x7** je okrog osrednje žice v enem redu ovitih še dodatnih 6 žic.
- Pri jeklenici **1x19** je okrog osrednje žice in žic prvega reda dodatno v drugem redu ovitih še 12 žic.
- Pri jeklenici **1x37** je poleg osrednje žice in žic v prvem in drugem redu v tretjem redu ovitih še 18 žic.

Vitje prvega sloja je lahko levo ali desno. Vitje vsakega naslednjega sloja pa je nasprotno kakor v prejšnjem sloju. Pri jeklenih vrveh s strženom pa je izbrano število žičnih spletov v različnih izvedbah (največkrat brez stržena) ovitih okrog vlaknastega ali jeklenega stržena.



- Jeklenica **6x7** sestoji iz šestih spletov (1x7) brez stržena, ki so oviti okrog vlaknastega stržena.
- Jeklenica **7x7** sestoji iz šestih žičnih spletov, ki so oviti okrog centralnega žičnega spleta - stržena. Vseh sedem žičnih spletov je tipa (1x7) brez stržena.
- Jeklenica **6x19** sestoji iz šestih spletov (1x19) brez stržena, ki so oviti okrog vlaknastega stržena.
- Jeklenica **7x19** sestoji iz šestih žičnih spletov, ki so oviti okrog centralnega žičnega spleta - stržena. Vseh sedem žičnih spletov je tipa (1x19) brez stržena.
- ...

Pri obravnavi jeklenih vrvi, je za gasilce najbolj pomembno pri kateri obremenitvi se jeklenica strga ter koliko tehta jeklenica na enoto dolžnine, t.i. dolžinska gostota. Podatke o tem najdemo v tabelah in strojniških priročnikih. Za vrvi (1x7) in (6x7) so podatki zbrani v tabelah 6.2 in 6.3

6.6 Varnostni faktor

Pri dvigovanju bremen jeklenih vrvi in tudi dvižnih trakov nikoli ne obremenjujemo do meje natezne trdnosti. Zaradi nepredvidenih presežnih sil (nepravilno vpeto breme, veter, nepravilno ocenjena teža bremena), okvar ali napak v materialih, bi lahko mejo natezne trdnosti presegli in vrvi oziroma trakovi bi se med dvigom strgali. Da bi to preprečili vpeljemo **varnostni faktor (VF)**, ki ustvarja varnostno mejo za morebitne nepredvidene presežne sile ali okvare.

Varnostni faktor je razmerje med o značilnost izračunamo kot razmerje med natezno trdnostjo vrvi in trakov ter maksimalno dovoljeno obremenitvijo. Višji kot je varnostni faktor, manjša je verjetnost strukturnih poškodb v jeklenicah in trakovih ter več ciklov obremenitve bo uporabljena oprema prenesla. Skladno z standardi (EU 1492-1 in EU 1492-2) pravili (OSHA 1926.753(e)(2)) morajo biti varnostni faktor za dvigovanje bremen med 5 in 7.

Premer vrvi [mm]	**Dolžinska gostota** [kg/m]	**Pretržna sila** **(nat. trdnost žice** 1570 MPa) [kN]	**(nat. trdnost žice** 1770 MPa) [kN]
1	0.00502	0.855	0.963
2	0.0201	3.42	3.85
3	0.0452	7.69	8.67
4	0.0803	13.7	15.4
5	0.126	21.4	24.1
6	0.181	30.8	34.7
7	0.246	41.9	47.2
8	0.321	54.7	61.7
9	0.407	69.2	78.0
10	0.502	85.5	96.3
12	0.723	123	139
14	0.984	167	189
16	1.29	219	247

Table 6.2: Dolžinska gostota ter najmanjša pretržna sila jeklenih vrvi (jeklenic) tipa 1x7 različnih premerov za dve natezni trdnosti žic 1570 MPa in 1770 MPa.

Premer vrvi [mm]	**Dolžinska gostota** [kg/m]	**Pretržna sila** **(nat. trdnost žice** 1570 MPa) [kN]	**(nat. trdnost žice** 1770 MPa) [kN]
8	0.229	33.4	37.6
10	0.357	52.2	58.8
12	0.515	75.1	84.7
14	0.701	102	115
16	0.915	134	151
18	1.16	169	191
20	1.43	209	235
22	1.73	252	285
32	3.66	534	602
40	5.72	835	941

Table 6.3: Dolžinska gostota ter najmanjša pretržna sila jeklenih vrvi (jeklenic) tipa 6x7 različnih premerov za dve natezni trdnosti žic 1570 MPa in 1770 MPa.

Primer 6.6.1 Če želimo z opremo dvigniti breme z maso 2.000 kg, njen varnostni faktor pa je 5, potem je ta zasnovana tako, da je minimalna dvigovana masa, kjer lahko pride do poškodb opreme 10.000 kg.

Zgled 6.4 Žični poteg MZ16 je opremljen s $l = 30\,\mathrm{m}$ dolgo jeklenico $6x7$ s premerom $d = 12\,\mathrm{mm}$ iz jekla z imensko trdnostjo žic $1770\,\mathrm{N/mm^2}$. Določi maksimalno obremenitev jeklene vrvi, če upoštevaš varnostni faktor VF=5. Koliko tehta dana jeklenica?

S pomočjo tabele 6.3 ugotovimo, da je pretržna sila dane jeklenice $F_r = 84.7\,\mathrm{kN}$, njena dolžinska gostota pa znaša $\xi = 0.515\,\mathrm{kg/m}$. Od tod lahko ob upoštevanju varnostnega faktorja izračunamo, da je maksimalna obremenitev žice:

$$F_{\max} = \frac{1}{VF} F_r = \frac{84700\,\mathrm{N}}{5} = 16860\,\mathrm{N}\,.$$

Masa $30\,\mathrm{m}$ dolge jeklenice pa je:

$$m = \xi \cdot l = 0.515\,\mathrm{kg/m} \cdot 30\,\mathrm{m} = 15.5\,\mathrm{kg}\,.$$

■

Bibliografija

Knjige

[Ben+21] Nils Beneke et al. *Das Feuerwehr-Lehrbuch*. de. Edited by Redaktion BRANDSchutz/Deutsche Feuerwehr-Zeitung. Stuttgart: W. Kohlhammer GmbH, Nov. 2021.

[Hee20] Volker Heerdt. *Mechanik (Physikalische Grundlagen) - Lernunterlage*. 02.06.2020. Technische Hilfe, Dubig; Technische Hilfeleistung, Rodenberg; Mechanik für die Feuerwehrpraxis, Zimmermann, 2020. Chapter 2.

[Kla12] Rudolf Kladnik. *Fizika za srednješolce. 1, Gibanje, sila, snov*. 2. izd. 1.200 izv. DZS, 2012, page 188. ISBN: 978-86-341-1860-5.

[Kla13] Rudolf Kladnik. *Fizika za srednješolce. +1, Pot k maturi iz fizike*. 1. izd. Potiskana zadnja notr. str. ov. DZS, 2013, page 252. ISBN: 978-86-341-1807-0.

[Kra23] Janja Kramer Stajnko. *Izračuni v gasilstvu*. Avtorica navedena v kolofonu. Gasilska zveza Slovenije, 2023, page 155. ISBN: 978-961-6482-43-1.

[Kra+24] Bojan Kraut et al. *Krautov strojniški priročnik*. 17. slovenska popravljena izd., predelana. Podatek o avtorstvu naveden v kolofonu. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, 2024, pages XX, 832. ISBN: 978-961-6980-68-5.

[06] *Lernunterlage: Mechanik*. 01.05. 2.1.2. 2006.

[Mec21] American Society of Mechanical Engineers. *Design of Below-the-Hook Lifting Devices*. 2021st edition. New York, NY, USA: American Society of Mechanical Engineers, 2021.

[Šol02] Hinko Šolinc. *Skozi fiziko z rešenimi nalogami, Kinematika, statika: zbirka nalog*. 1. izd. Nasl. na hrbtu knj.: Zbirka nalog. DZS, 2002, page 251. ISBN: 86-341-0686-1.

[Šol03] Hinko Šolinc. *Skozi fiziko z rešenimi nalogami: zbirka nalog, Dinamika, energija*. 1. izd. DZS, 2003, page 299. ISBN: 86-341-0768-X.

[Vic24] WorkSafe Victoria. *Dogging and Rigging Guide. Practical Reference for Dogging and Rigging Work*. Transport for NSW, 2024.

Članki

[Lik02] Andrej Likar. “Kotalno trenje”. In: *Presek* 30.3 (2002), pages 152–154. ISSN: 0351-6652. URL: `http://www.dlib.si/details/URN:NBN:SI:DOC-JYKLFJCY`.

[Slo05] Republika Slovenija. “Zakon o meroslovju (ZMer-1)”. In: št. 26/05 (2005).

[Sta08a] European Committee for Standardization (CEN). “EN 1492-1: Textile slings — Safety — Part 1: Flat woven webbing slings made of man-made fibres”. In: (2008).

[Sta08b] European Committee for Standardization (CEN). “EN 1492-2: Textile slings — Safety — Part 2: Roundslings made of man-made fibres”. In: (2008).